

T H E S E

présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy

pour obtenir le titre de

DOCTEUR-INGENIEUR

par

Bernard LAPORTE

Ingénieur ENSEM

Licencié-ès-Sciences

-----

CONTRIBUTION AU CALCUL DES MACHINES A POLES MASSIFS

Soutenue le 9 Octobre 1970 devant la Commission d'Examen

-----

Membres du JURY :

Président : M.A. FRUHLING

Examineurs : M.M. E. GUDEFIN

M. GERL

Invités : M.M. M.S. GARRIDO

G. MEROUGE



T H E S E

présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy

pour obtenir le titre de

DOCTEUR-INGENIEUR

par

Bernard LAPORTE

Ingénieur ENSEM

Licencié-ès-Sciences

-----

CONTRIBUTION AU CALCUL DES MACHINES A POLES MASSIFS

Soutenue le 9 Octobre 1970 devant la Commission d'Examen

-----

Membres du JURY :

Président : M. A. FRUHLING

Examineurs : MM. E. GUDEFIN

M. GERL

Invités : MM. M. S. GARRIDO

G. MEROUGE



ANNEE SCOLAIRE 1969-70DOYEN : M. AUBRYASSESSEUR : M. GAYDoyens honoraires : MM. CORNUBERT - ROUBAULTProfesseurs honoraires : MM. RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JOLY -  
LAPORTE - EICHORN - CAPELLE - GODEMENT - DUBREUIL -  
L. SCHWARTZ - DIEUDONNE - LETORT - DODE - GAUTHIER - GOUDET -  
OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - WAHL.Maîtres de Conférences honoraires : MM. LINHART - PIERRET.Professeurs

|              |                          |
|--------------|--------------------------|
| MM. ROUBAULT | Géologie                 |
| VEILLET      | Biologie Animale         |
| BARRIOL      | Chimie théorique         |
| BIZETTE      | Physique                 |
| GUILLIEN     | Electronique             |
| LEGRAS       | Mécanique Rationnelle    |
| BOLFA        | Minéralogie              |
| NICLAUSE     | Chimie                   |
| FAIVRE       | Physique Appliquée       |
| AUBRY        | Chimie Minérale          |
| COPPENS      | Radiogéologie            |
| DUVAL        | Chimie                   |
| FRUILLING    | Physique                 |
| HILLY        | Géologie                 |
| LE GOFF      | Génie Chimique           |
| SUHNER       | Physique Expérimentale   |
| CHAPON       | Chimie Biologique        |
| HEROLD       | Chimie Minérale Indust.  |
| SCHWARTZ B.  | Exploitation Minière     |
| MALAPRADE    | Chimie                   |
| * MANGENOT   | Botanique                |
| GAYET        | Physiologie              |
| HADNI        | Physique                 |
| * BASTICK    | Chimie                   |
| DUCHAUFOR    | Pédologie                |
| GARNIER      | Agronomie                |
| NEEL         | Chimie, Organique Indus. |
| BERNARD      | Géologie Appliquée       |
| * CHAMPIER   | Physique                 |
| * GAY        | Chimie Biologique        |
| STEPHAN      | Zoologie                 |
| * CONDE      | Zoologie                 |



|             |                                 |
|-------------|---------------------------------|
| * WERNER    | Botanique                       |
| EYMARD      | Calcul Différentiel et Intégral |
| FELDEN      | Physique                        |
| * GOSSE     | Mécanique Physique              |
| * DAVOINE   | Physique (ENSMIM)               |
| HORN        | Physique (1° Cycle)             |
| * ROCCI     | Géologie                        |
| Mme * LUMER | Maths.                          |
| DELPUECH    | Chimie Physique                 |
| Melle HUET  | Analyse Supérieure              |
| BLAZY       | Minéralogie Appliquée           |

N..... Chimie Biologique

N..... Mécanique Appliquée

N..... Méthodes Mathématiques de la Physique

N..... Mécanique Rationnelle

(\*<sup>1</sup>) Professeur titulaire à titre personnel.

#### Professeurs sans Chaire

|             |                                           |
|-------------|-------------------------------------------|
| Mme BASTICK | Chimie P.C. EPINAL                        |
| MM. GUDEFIN | Physique                                  |
| VUILLAUME   | Psychophysiologie                         |
| FRENTZ      | Biologie Animale                          |
| MARI        | Chimie (ISIN)                             |
| DEVIOT      | Physique du solide                        |
| FLECHON     | Physique P.C.                             |
| VIGNES      | Métallurgie                               |
| JURAIN      | Géologie C.B.G.                           |
| BALESDENT   | Thermodynamique, Chimie Appliquée (ENSIC) |
| JANOT       | Physique P.C. EPINAL                      |
| CACHAN      | Entomologie appl. (ENSA)                  |
| JACQUIN     | Pédologie et Chimie agri.                 |
| MAINARD     | Physique M.P.                             |
| MARTIN      | Chimie P.C.                               |
| PAULMIER    | Mécanique Expérimentale                   |
| PROTAS      | Minéralogie                               |
| RIVAIL      | Chimie Appliquée CUCES                    |
| DEPAIX      | Probabilités et Statistiques.             |

#### Maîtres de Conférences

|             |                                 |
|-------------|---------------------------------|
| VILLERMAUX  | Génie Chimique                  |
| METCHE      | Biochimie Appliquée (Brasserie) |
| BAUMANN     | Physique 1° cycle               |
| DURAND      | Physique                        |
| GRANGE      | Physique (ISIN)                 |
| BAVEREZ     | Chimie (ENSIC)                  |
| CHAMBON     | Exploitation Minière (Mines)    |
| HUSSON      | Physique (ENSEM)                |
| WEISSLINGER | Physique                        |
| GERL        | Physique (Mines)                |



ROQUES  
FERRIER  
GILLORMINI  
HILY  
CASTRO  
DEXHEIMER  
NOVERRAZ  
TOURET

N.....

N.....

N.....

N.....

N.....

N.....

N.....

N.....

N.....

Chimie Minérale  
Mathématiques  
Mécanique Flui. ISIN  
Mathématiques P. C.  
Chimie organique  
Botanique  
Mathématiques  
Géologie  
Maths Appliquées  
Mathématiques  
Mathématiques  
Mathématiques  
Physiologie animale  
Chimie (ENSIC)  
Laiterie (Ecole Lait.)  
Chimie Organique  
Maths Appliquées

Chargés d'Enseignement

MM. AMARIGLIO - COËURE - DAVRAINVILLE - GIRARDEAU - OVAERE  
RUYER - WEBER - PUJOL - SCHREIBER.



Digitized by the Internet Archive  
in 2026

[https://archive.org/details/IA41551919\\_0028](https://archive.org/details/IA41551919_0028)

## INTRODUCTION

-----

Depuis quelques années, les machines à pôles massifs sont appelées à un plus grand développement.

L'option pôle massif, est, semble-t-il, la plus intéressante actuellement, pour des machines synchrones de vitesse périphérique élevée, et devant subir de fréquents régimes asynchrones.

A vitesse élevée en effet, les cages d'amortisseurs placées classiquement sur des machines à pôles feuilletés, peuvent subir des déformations consécutives à leur échauffement, et les pôles feuilletés eux-mêmes, offrent une moins bonne tenue mécanique.

Les pôles massifs, par contre ont une plus grande capacité thermique et dans des conditions égales de fonctionnement ils ont un meilleur comportement mécanique.

Ils présentent, en somme, une plus grande difficulté de calcul que d'emploi et la Société ALSTHOM nous a proposé en Octobre 1967, d'étudier de façon générale, le fonctionnement transitoire des machines synchrones à pôles saillants massifs.

Le fonctionnement transitoire le plus fréquent est celui de la mise en vitesse, auquel nous avons plus spécialement consacré notre travail. On peut considérer que la variation de vitesse du rotor est négligeable devant l'établissement des phénomènes électromagnétiques, et le problème est donc celui du fonctionnement asynchrone à glissement imposé.

Lors de cette étude nous rencontrons deux sortes de difficultés, liées d'une part à la saillance des pôles, et d'autre part, à la pénétration du champ magnétique dans un milieu saturable.

\*

\*

\*



## PARTIE I

### 1 - Description de la machine :

L'allure générale d'une machine à pôles saillants massifs est analogue à celle d'une machine synchrone classique.

Toutefois les pôles massifs ne présentent généralement pas de cage d'amortisseurs complète et celle-ci est presque toujours réduite à deux barres placées symétriquement de chaque côté du pôle, et réunies à chaque extrémité de la machine par une couronne de court-circuit.

Ils peuvent parfois ne pas posséder de barres d'amortisseurs et même à la limite pas de couronne de court-circuit. Dans ce dernier cas toutefois, la machine présente un fonctionnement asynchrone difficile par suite de l'importante différence entre les réactances suivant les deux axes.

#### - Hypothèses :

1 - La perméabilité des tôles de stator sera considérée comme infinie, ainsi que la résistivité moyenne du stator suivant l'axe de la machine, par suite du feuilletage de celui-ci.

2 - On admettra que la répartition de l'enroulement statorique est sinusoïdale, on se limite donc au premier harmonique d'espace de la densité de courant à la surface du stator.

3 - La longueur axiale de la machine est infinie, il revient au même de considérer que l'on travaille sur un rotor présentant un court-circuit parfait aux deux extrémités.

4 - L'effet de courbure de la machine est négligé.

#### - Choix des axes :

Dans ces conditions on peut choisir un axe  $oz$  parallèle à l'axe de la machine, l'axe  $ox$  étant radial et dirigé vers le centre de la machine (Fig. 2).



Ces axes sont choisis liés au rotor puisque c'est uniquement dans un repère lié au rotor que la machine possède une géométrie invariable.

## 1.2 - Equations et fonctionnement :

### 1.2.a - Régime asynchrone : .....

Le problème qui nous préoccupe est, nous l'avons vu, celui du démarrage. Nous allons considérer que lors de la mise sous tension de la machine, la variation de vitesse du rotor est à tout instant négligeable devant la variation des phénomènes électromagnétiques, c'est dire que nous allons étudier le fonctionnement de la machine à glissement constant.

La machine se trouvant en mouvement à la vitesse  $(1 - g) \Omega_s$  et branchée sur un réseau équilibré de tension  $V$ , le problème qui se pose à nous est la détermination du courant appelé  $I$  et du couple.

### 1.2.b - Etude dans un plan de section droite. .....

L'étude est menée d'après l'hypothèse (3) sur une machine analogue de longueur infinie.

Dans ces conditions, les diverses grandeurs électromagnétiques ne dépendent pas de  $z$ , et on peut, dans un plan de section droite, étudier par unité de longueur le comportement de la machine qui peut être entièrement décrit à l'aide du potentiel vecteur  $A$ , comportant précisément une seule composante suivant l'axe  $oz$ , cette composante ne dépendant pas de  $z$ .

La connaissance du potentiel vecteur en tout point du plan est d'ailleurs auxiliaire, seule la connaissance du potentiel vecteur et de sa dérivée normale à la surface du stator nous importe, pour déterminer les flux, les réactances et les courants appelés (Réf.10).

Il est difficile de construire un modèle permettant de tenir compte au mieux des exigences de l'hypothèse (3).



Il faut d'une part que la densité de courant reste dirigée suivant l'axe oz. Un court-circuit parfait devrait être réalisé en appliquant aux deux extrémités du rotor une plaque de conductivité infinie, les lignes de courant ayant tendance à se refermer par la zone de résistivité nulle (Fig. 1.a).

Il faut d'autre part que le potentiel vecteur reste dirigé suivant l'axe oz ce qui ne peut guère être réalisé avec un stator de dimension finie.

Dans le cas de la (Fig. 1.b) aucune différence de potentiel n'étant appliquée aux deux extrémités, l'étude qui va suivre n'est strictement valable que dans le plan de symétrie du rotor. En fait elle l'est dans une large zone de part et d'autre de ce plan.

On peut bien entendu par la suite, tenir compte des effets d'extrémités en introduisant par exemple un coefficient de majoration d'impédance et de majoration de résistivité (Réf. 2.1).

1.2.c - Equations.  
.....

Dans le fer massif. :

Etant donné le potentiel vecteur en tout point  $\vec{A} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ A(x,y,z) \end{cases}$

l'induction  $\vec{B}$  s'en déduit par  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \begin{cases} B_x = \frac{\partial A}{\partial y} \\ B_y = - \frac{\partial A}{\partial x} \\ B_z = 0 \end{cases}$

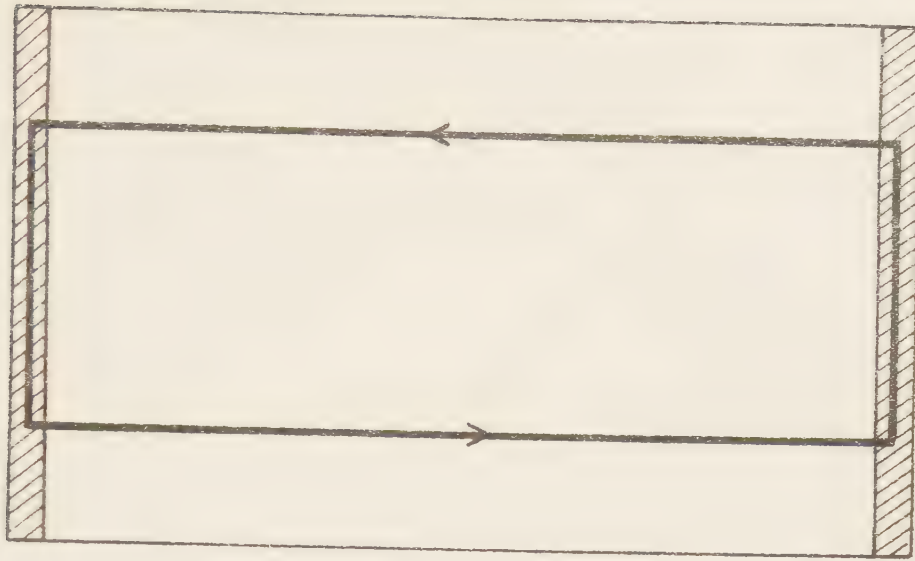
En ce qui concerne le champ de  $\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  et de  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$  on déduit

$$\vec{E} = - \frac{\partial A}{\partial t} - \text{grad } V$$

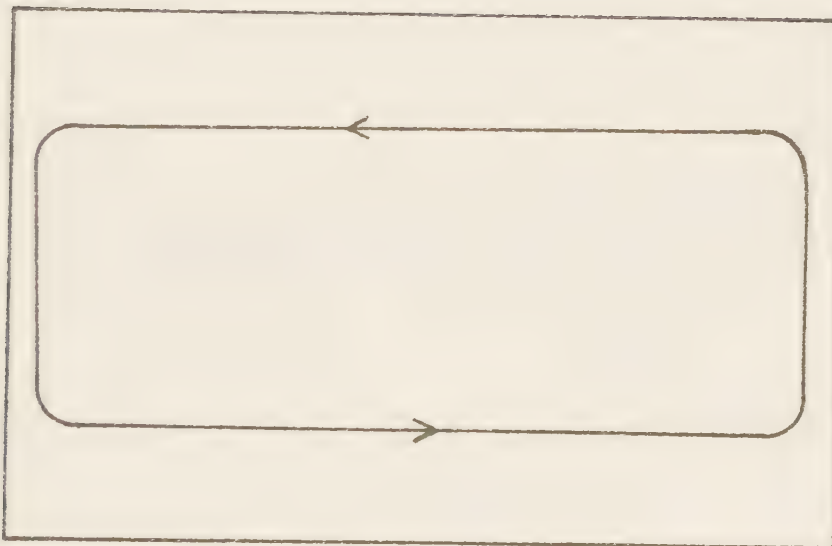
Dans le cas où le rotor est symétriquement court-circuité aux deux extrémités, et si on néglige tout champ électrostatique,

$$\text{grad } V = C$$





a -



b -

Figure .1 -



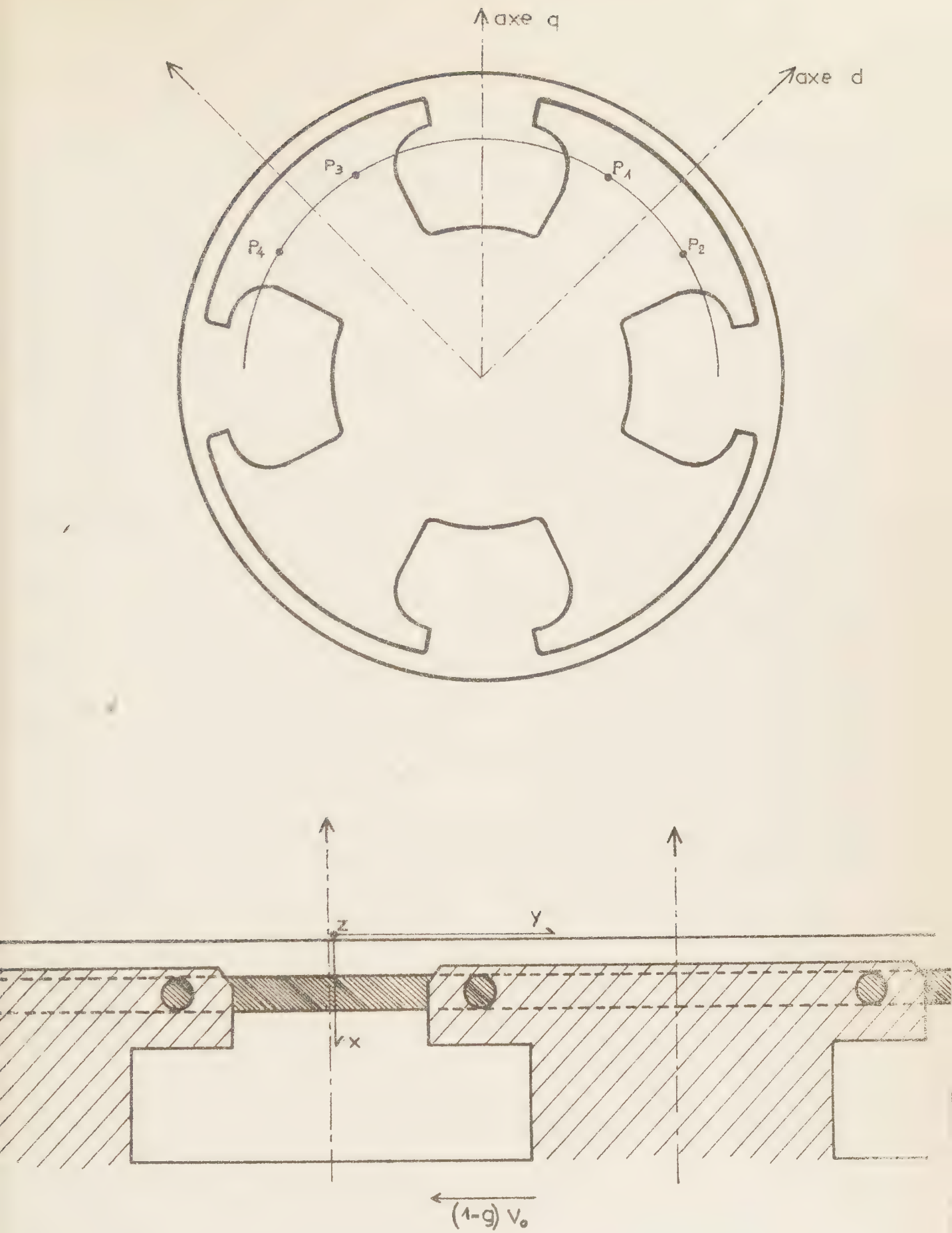


FIGURE - 2 —



La densité de courant, toujours dirigée suivant oz, a pour valeur  $-\sigma \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$  où  $\sigma$  est la conductivité de l'acier.

L'équation de fonctionnement à l'intérieur du rotor est alors donnée par  $\text{rot } \vec{H} = \vec{J}$

Si  $\mu$  est la perméabilité de l'acier au point et à l'instant considéré, A vérifie :

$$\text{rot } \left( \frac{1}{\mu} \text{ rot } \vec{A} \right) = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

A ayant une seule composante scalaire suivant l'axe oz, on peut écrire dans le plan Xoy :

$$\frac{1}{\mu} \text{ rot } \vec{A} \begin{vmatrix} \frac{1}{\mu} \frac{\partial \Lambda}{\partial y} \\ -\frac{1}{\mu} \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{rot } \left( \frac{1}{\mu} \text{ rot } \vec{A} \right) \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial \Lambda}{\partial y} \right) \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\text{div } \left( \frac{1}{\mu} \text{ grad } \Lambda \right) = \sigma \frac{\partial \Lambda}{\partial t}}$$

### Cage d'amortisseurs.

La connaissance de la fonction A en tout point est auxiliaire, de même d'autres inconnues auxiliaires vont être introduites ici, ce sont les courants dans les barres d'amortisseurs.

Pour une cage à deux barres par pôle telle que celle qui est figurée ici (Fig. 2), il faut introduire les courants  $I_1$  et  $I_2$  dans les deux barres du pôle Nord par exemple, pour le pôle Sud suivant les deux courants seront  $-I_1$  et  $-I_2$ .

Si on considère alors que les barres ont une section négligeable S, l'équation précédente doit alors s'écrire :

$$\text{div } \left( \frac{1}{\mu} \text{ grad } \Lambda \right) = \sigma \frac{\partial \Lambda}{\partial t} - \frac{1}{S} \sum_n I_n \delta(r_n)$$

- .  $r_n$  désignant la distance à la nième barre de la machine
- .  $\delta(r_n)$  étant la fonction de Dirac attachée au point où est localisée la nième barre.
- . La sommation s'étend à toutes les barres de la machine.



#### 1.2.d - Conditions aux limites : .....

##### A la surface du stator :

Considérons un système de coordonnées attaché au stator et glissant par rapport au précédent le long de oy

$$x' = x$$

$$ay' = ay - \Theta$$

$$z' = z$$

$a = 2\pi/\tau_p$  où  $\tau_p$  désigne la distance d'un pôle Nord à un autre pôle Nord mesurée à la périphérie du stator.

On peut écrire la densité superficielle de courant à la surface du stator :

$$I_s(y', t) = k_s (i_\alpha(t) \cos ay' - i_\beta(t) \sin ay')$$

$i_\alpha(t)$  et  $i_\beta(t)$  sont les premiers termes du développement en série de Fourier suivant la variable d'espace, de la densité superficielle de courant à la surface du stator. C'est d'après l'hypothèse (2) que nous nous limitons à ces premiers termes.

$i_\alpha(t)$  et  $i_\beta(t)$  correspondent à deux courants, circulant dans deux enroulements en quadrature, qui sont équivalents aux courants vrais entrant dans la machine en ce qui concerne la production de la force magnéto-motrice.

Dans le repère lié au rotor :

$$I_s(y, t) = k_s \left[ i_\alpha(t) \cos (ay - \Theta) - i_\beta(t) \sin (ay - \Theta) \right]$$

le vecteur  $\begin{bmatrix} \cos ay - \Theta \\ \sin ay - \Theta \end{bmatrix}$  peut s'obtenir par rotation de  $-\Theta$  du vecteur  $\begin{bmatrix} \cos ay \\ \sin ay \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} \cos (ay - \Theta) \\ \sin (ay - \Theta) \end{bmatrix} = P(-\Theta) \begin{bmatrix} \cos ay \\ \sin ay \end{bmatrix}$$



Avec

$$P(\theta) = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} \quad P(-\theta) = \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$$

D'où

$$I_s(y, t) = k_s \begin{vmatrix} i_\alpha & -i_\beta \end{vmatrix} P(-\theta) \begin{vmatrix} \cos ay \\ \sin ay \end{vmatrix}$$

On pose alors

$$\begin{vmatrix} i_\alpha & -i_\beta \end{vmatrix} P(-\theta) = \begin{vmatrix} i_d & -i_q \end{vmatrix}$$

et on peut écrire la densité superficielle de courant à la surface du stator dans le repère rotorique.

$$I_s(y, t) = k_s \left[ i_d(t) \cos ay - i_q(t) \sin ay \right]$$

Ceci peut bien entendu s'écrire directement  $i_d(t)$  et  $i_q(t)$  apparaissent comme des courants parcourants des enroulements fictifs, en quadrature, entraînés avec le rotor, et qui sont équivalents aux enroulements vrais en ce qui concerne la production de la force magnétomotrice

Nous avons montré au passage la manière d'obtenir  $i_d(t)$  et  $i_q(t)$  à partir de  $i_\alpha(t)$  et  $i_\beta(t)$  ; c'est la transformation de Park des courants :

$$\begin{vmatrix} i_\alpha & -i_\beta \end{vmatrix} P(-\theta) = \begin{vmatrix} i_d & -i_q \end{vmatrix}$$

ou

$$\begin{vmatrix} i_\alpha & i_\beta \end{vmatrix} P(\theta) = \begin{vmatrix} i_d & i_q \end{vmatrix}$$

ou encore

$$P(-\theta) \begin{vmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i_d \\ i_q \end{vmatrix}$$

L'hypothèse (I) nous permet alors d'écrire commodément la condition à la surface du stator :



La perméabilité des tôles stator étant infinie, le champ magnétique est nul à l'intérieur du stator pour  $x < 0$

La résistivité dans le sens axial étant infinie, la seule densité de courant à considérer est  $I_s(y, t)$ .

On écrit donc :

$$H_t = I_s(y, t)$$

$$-\frac{\partial A}{\partial x} = \mu_0 I_s(y, t)$$

C'est une condition de Neumann, concernant la dérivée normale du potentiel  $A$  ;  $\frac{\partial A}{\partial n}$  désignant la dérivée partielle de  $A$  suivant la normale sortante on peut écrire :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = \mu_0 I_s(s, t)$$

A la surface du rotor :

Puisqu'il n'y a pas de courants superficiels induits à la surface du rotor on doit écrire que  $H_{T1} = H_{T2}$   
ou

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial A}{\partial n} \right)_1 = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial A}{\partial n} \right)_2$$

De plus

$$A_1 = A_2$$

Au centre de la machine :

Notons que la solution ainsi imposée partout par une condition de Neumann à la surface du stator est définie à une constante additive près, on peut le vérifier aisément sur les équations.

Pour la machine vraie on peut prendre la condition  $A = 0$  au centre qui conduit à exiger sur la machine développée que  
(A)  $\rightarrow 0$  lorsque  $x \rightarrow \infty$ .



On pourrait bien entendu prendre toute autre hypothèse  $A = A_0$  au centre, mais ceci nous conduirait à rajouter  $A_0$  à la solution choisie sans changer  $\frac{\partial A}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial A}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial A}{\partial t}$  ni les flux.

On exigera donc :

$$|A| \rightarrow 0 \text{ lorsque } x \rightarrow \infty$$

### 1.2.c - Résumé : .....

En résumé le problème est le suivant :

#### Domaine :

|          |            |        |
|----------|------------|--------|
| Entrefer | domaine D1 | Fig. 2 |
| Rotor    | domaine D2 |        |

#### Equations :

Dans D1

$$\text{Equation E1} \quad \Delta A = 0$$

Dans D2

$$\text{Equation E2} \quad \text{div} \left( \frac{1}{\mu} \text{grad } A \right) = \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{1}{S} \sum I_n \delta(r_n)$$

#### Conditions aux frontières :

A la frontière du domaine D1

$$\frac{\partial A}{\partial n} = \mu_c k_s \left[ i_d(t) \cos \alpha_y - i_q(t) \sin \alpha_y \right] \quad \text{Condition C1}$$

A la séparation entre D1 et D2

A continue Condition C2

$$\frac{1}{\mu_c} \left( \frac{\partial A}{\partial n} \right)_1 = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial A}{\partial r} \right)_2$$

Au centre de la machine

$$|A| \rightarrow 0 \quad \text{Condition C3}$$



### 1.3 - Processus de résolution dans le cas linéaire.

Dans l'hypothèse où la perméabilité de l'acier est constante, l'équation E2 devient linéaire, en outre, ce cas est un cas limite, concernant le fonctionnement de la machine sous faible tension (cas non saturé).

Nous allons présenter ici la résolution du problème dans le cas linéaire, ceci nous permettra à la fois de nous fixer les idées et d'introduire des notions qui nous serviront par la suite.

#### 1.3.a- Décomposition du problème :

La forme de la condition  $C_1$  nous amène à diviser le problème en deux et à superposer les solutions. De plus le domaine plan présente deux axes de symétrie et la succession de deux symétries autour de ces deux axes nous conduit à une translation de  $\tau_p$  correspondant à la périodicité de cette structure. On doit décomposer la condition CI suivant deux conditions CId et CIq présentant les symétries précédentes.

Le domaine est alors réductible à  $0 < y < \tau_p/4$ .

Dans ce domaine on doit résoudre les deux problèmes suivants :

Problème d : (Fig. 3).

Condition CId

Pour deux points symétriques par rapport à l'axe d le potentiel  $A_d$  prend des valeurs opposées il en est ainsi pour les points P et Q.

Pour deux points symétriques par rapport à l'axe q le potentiel  $A_d$  prend la même valeur il en est ainsi pour les points P et R.

Il en résulte que l'axe d' est une équipotentielle :

$A_d = 0$  pour  $y = \tau_p/4$  quel que soit  $x$  ( $A_d = Cte$  et cette constante est nulle pour  $x \rightarrow \infty$  au centre).



On peut voir d'ailleurs directement que sur l'axe d l'induction est toujours dirigée suivant d qui est l'axe de la spire de bobinage. L'axe d est donc une ligne d'induction, donc une ligne  $A = \text{cte.}$

Sur l'axe q :

L'induction est dirigée perpendiculairement à l'axe Q

$$\frac{\partial A_d}{\partial y} = \frac{\partial A_d}{\partial n} = 0 \quad \text{sur l'axe q}$$

$\frac{\partial A_d}{\partial n}$  désigne une dérivation suivant la normale à l'axe q.

On peut alors préciser les conditions aux limites du problème d dans ce domaine restreint :

Condition C1d pour  $x = 0$

$A_d = 0$  pour  $y : \tau p/4$

$$\frac{\partial A_d}{\partial y} = 0 \text{ pour } y = 0$$

Problème q : (Fig. 4).

$$\text{Conditions C1q} \quad \frac{\partial A_q}{\partial n} = - \mu_o k_s i_q(t) \sin ay$$

Pour deux points symétriques par rapport à l'axe d le potentiel vecteur  $A_q$  prend la même valeur, il en est ainsi pour les points P et Q.

Pour deux points symétriques par rapport à l'axe q le potentiel  $A_q$  prend des valeurs opposées, il en est ainsi pour les points P et R.

Il en résulte que l'axe q est une équipotentielle :  $A_q = 0$  pour  $y = 0$  quelque soit  $x$ .

Sur l'axe d l'induction est dirigée suivant une perpendiculaire à l'axe d

$$\frac{\partial A_q}{\partial y} = \frac{\partial A_q}{\partial n} = 0$$

sur l'axe d



On peut alors préciser les conditions aux limites du problème q dans ce domaine restreint :

Condition C1q pour  $x = 0$

$Aq = 0$  pour  $y = 0$

$\frac{\partial Aq}{\partial y} = 0$  pour  $y = \tau p/4$

Cage d'amortisseurs : (fig. 3 et 4).

Le problème posé par la cage d'amortisseurs va lui aussi se séparer en un problème d et un problème q.

Dans le cas d'une cage à deux barres d'amortisseurs par pôles, on peut introduire pour étudier le circuit complet deux mailles indépendantes, l'une d'axe d et l'autre d'axe q parcourues par des courants de maille  $I_{amd}$  et  $I_{amq}$ . Le nombre de mailles pour un circuit d'amortisseurs quelconque (mais présentant bien entendu les symétries compatibles avec une décomposition en dq) dépendra du nombre de barres par pôles comme on peut l'imaginer aisément.

Le potentiel correspondant à ces courants est calculable de façon strictement analytique et la solution répond dans chaque cas d ou q aux conditions aux frontières précédemment imposées. On peut donc là encore dans le cas linéaire procéder par superposition de solution.

#### 1.3.b - Calcul des flux et introduction des réactances.

.....

##### Expression du potentiel vecteur.

On va utiliser les symétries des répartitions d et q déjà mises en évidence afin de fournir les expressions de  $A(x, y, t)$  pour des valeurs de y décrivant un pas polaire complet, par exemple

$$-\tau p/2 < y < +\tau p/2$$

D'après ce que nous avons déjà vu  $A = A_d + A_q$  il suffit de déterminer  $A_d$  et  $A_q$  à partir des solutions  $A_{od}$  et  $A_{oq}$  dans le domaine réduit.

On se reportera à la fig. 2



Point P1 pour  $0 < y < \tau_p/4$

$$A(x, y, t) = A_{od}(x, y, t) + A_{oq}(x, y, t)$$

Point P2 pour  $\tau_p/4 < y < \tau_p/2$

$$A(x, y, t) = A_{oq}(x, \tau_p/2 - y, t) - A_{od}(x, \tau_p/2 - y, t)$$

Symétrie autour de l'axe d

Point P3 pour  $-\tau_p/4 < y < 0$

$$A(x, y, t) = A_{od}(x, -y, t) - A_{oq}(x, -y, t)$$

Symétrie autour de l'axe q

Point P4 pour  $-\tau_p/2 < y < -\tau_p/4$

$$A(x, y, t) = -A_{od}(x, y + \tau_p/2, t) - A_{oq}(x, y + \tau_p/2, t)$$

On effectue une translation de  $\tau_p/2$  équivalente à la succession de deux symétries, autour d'un axe d, puis d'un axe q.

#### Potentiel vecteur à la surface du stator.

Le potentiel vecteur à la surface du stator, est une fonction périodique de  $y$  ; étant donné la forme des conditions à la frontière, on peut écrire :

$$A_d(0, y, t) = a_{1d}(t) \cos ay + f_d(y, t)$$

$$A_q(0, y, t) = -a_{1q}(t) \sin ay + f_q(y, t)$$

où  $f_d$  et  $f_q$  ne contiennent que des harmoniques d'espace d'ordre supérieur ou égal à deux, où  $a_{1d}(t)$  ne dépend que de  $i_d(t)$  et  $a_{1q}(t)$  ne dépend que de  $i_q(t)$ .

Alors :  $A(0, y, t) = a_{1d}(t) \cos ay - a_{1q}(t) \sin ay + f(y, t)$

La forme de  $A$  est identique à celle de  $I_s(y, t)$  et on peut effectuer les mêmes transformations de coordonnées qui la laisse invariante.

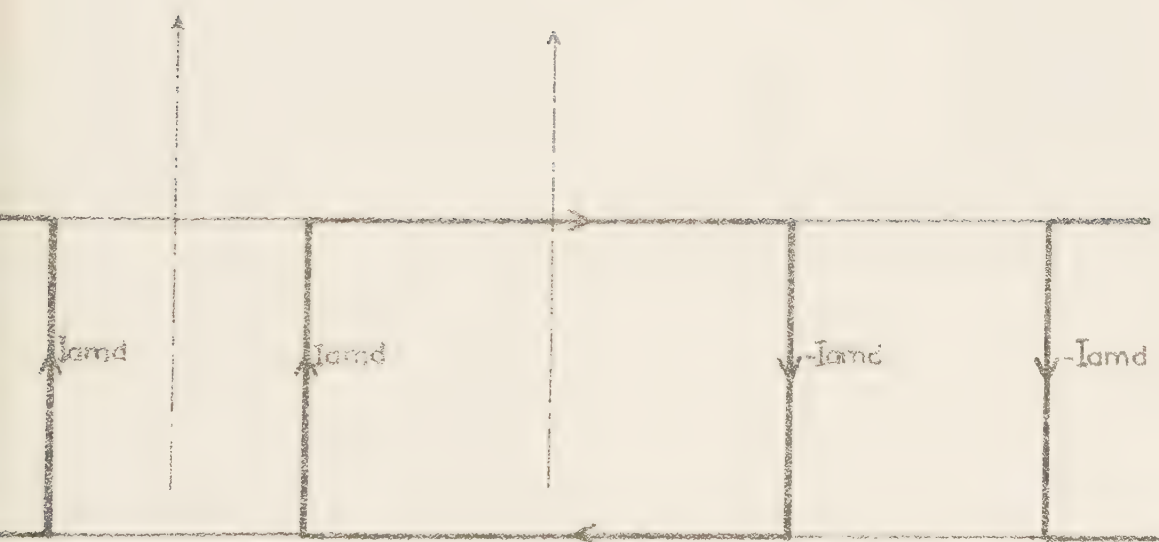
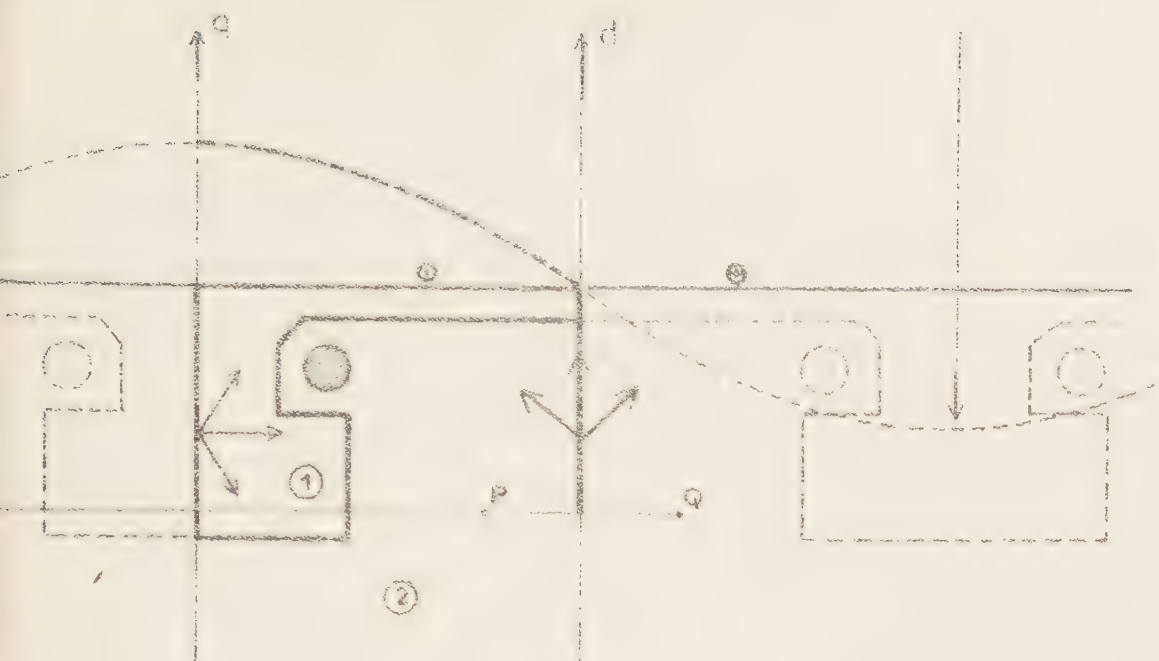
Dans le repère fixe on a donc :

$$A(0, y', t) = a_{1\alpha}(t) \cos ay' - a_{1\beta}(t) \sin ay' + g(y', t)$$

avec :

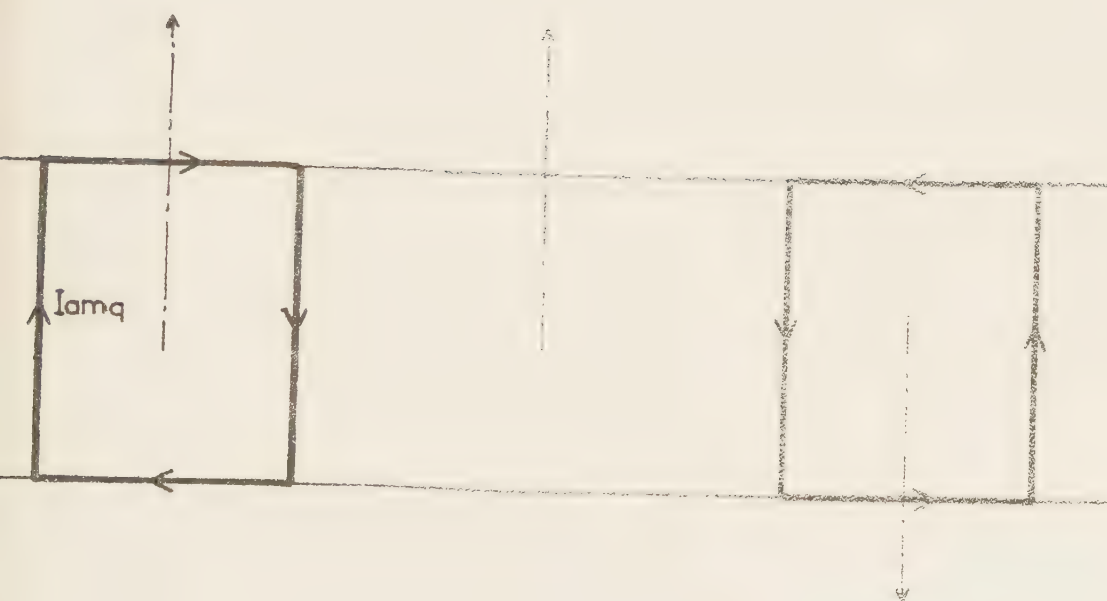
$$P(-\theta) \begin{pmatrix} a_{1\alpha} \\ a_{1\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1d} \\ a_{1q} \end{pmatrix}$$





Problème d — Fig 3 —





Problème 9 — Fig 4 —



### Calcul des flux.

Nous allons calculer les flux  $\psi_d$  et  $\psi_q$ ,  $\psi_\alpha$  et  $\psi_\beta$  bouclés respectivement par les enroulements d et q,  $\alpha$  et  $\beta$ .

Calcul de  $\psi_d$  :

On isole autour de l'axe d un trajet élémentaire embrassant le flux  $\phi_d$ . Par circulation du potentiel vecteur on obtient le flux par unité de longueur

$$\phi_d(y, t) = A(0, y, t) - A(0, \tau_p/2 - y, t)$$

Par les conditions de symétrie déjà vues :

$$\phi_d(y, t) = 2 A_d(0, y, t) = 2 a_{1d}(t) \cos ay + 2 f_d(y, t)$$

$$\text{d'où } \psi_d(t) = 2 k_s a_{1d}(t) \int_{-\tau_p/4}^{+\tau_p/4} \cos^2 ay \, dy$$

De même

$$\begin{aligned} \psi_d(t) &= \frac{k_s \pi}{a} a_{1d}(t) \\ \psi_q(t) &= \frac{k_s \pi}{a} a_{1q}(t) \end{aligned}$$

Les calculs sont les mêmes en  $y'$ , au lieu de  $y$  pour  $\psi_\alpha(t)$  et  $\psi_\beta(t)$

$$\psi_\alpha(t) = \frac{k_s \pi}{a} a_{1\alpha}(t)$$

$$\psi_\beta(t) = \frac{k_s \pi}{a} a_{1\beta}(t)$$

Or nous avons vu que nous pouvions déterminer les valeurs de  $a_{1\alpha}(t)$  et  $a_{1\beta}(t)$ , à partir de  $a_{1d}(t)$  et  $a_{1q}(t)$  en effectuant la transformation de Park inverse. Il en est donc de même pour les flux :

$$P(-\theta) \begin{Bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{Bmatrix}$$

### Définition des réactances.

En régime asynchrone, si on introduit la représentation complexe des diverses grandeurs qui nous intéressent en surlignant leur symbole, on peut traduire la relation liant  $\psi_d(t)$  (ou  $a_{1d}(t)$ ) à  $i_d(t)$  pour tous les glissements, à l'aide de la relation opérationnelle :

$$\omega \bar{\psi}_d(j g \omega) = X_d(j g \omega) \cdot \bar{i}_d(j g \omega)$$



Dans le cas particulier du régime linéaire  $X_d(j\omega)$  ne dépend pas de  $\bar{i}_d$  ni de  $\bar{i}_q$

Pour une machine classique, le nombre de relations intégrodifférentielles liant  $a_{ld}(t)$  à  $i_d(t)$  est fini, et alors la réactance  $X_d(j\omega)$  peut s'écrire :

$$X_d(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)}$$

où le numérateur et le dénominateur sont des pôlynomes de  $j\omega$

Dans le cas d'un pôle massif avec  $\mu$  constant,  $X_d(j\omega)$  est une fonction de  $j\omega$  que nous ne pouvons pas mettre sous la forme précédente.

### 1.3.c - Equations en dq et schéma équivalent :

#### Equations en dq :

de 
$$\begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \end{bmatrix} = P(\theta) \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix}$$

on tire

avec 
$$\begin{bmatrix} \dot{\psi}_\alpha \\ \dot{\psi}_\beta \end{bmatrix} = P(\theta) \begin{bmatrix} \dot{\psi}_d \\ \dot{\psi}_q \end{bmatrix} + \dot{P}(\theta) \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix}$$

$$\dot{P}(\theta) = P\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \dot{\theta}$$

Si on prémultiplie alors l'équation précédente par  $P(-\theta)$  on obtient :

$$P(-\theta) \begin{bmatrix} \dot{\psi}_\alpha \\ \dot{\psi}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_d \\ \dot{\psi}_q \end{bmatrix} + \dot{\theta} P\left(\frac{\pi}{2}\right) \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix}$$

Au stator les équations électriques sont en négligeant momentanément la résistance et la réactance de fuite des phases  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\begin{aligned} V_\alpha &= \dot{\psi}_\alpha \\ V_\beta &= \dot{\psi}_\beta \end{aligned}$$



Si on pose alors  $P(-\theta) \begin{pmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_d \\ V_q \end{pmatrix}$ , effectuant ainsi sur

les tensions la même transformation que sur les flux et les courants, on pourra écrire :

$$\begin{aligned} V_d &= \dot{\psi}_d - \theta \dot{\psi}_q \\ V_q &= \dot{\psi}_q + \theta \dot{\psi}_d \end{aligned}$$

Ces équations font intervenir des fonctions du temps. Dans le cas d'un régime asynchrone, ces fonctions sont sinusoïdales, de pulsations  $g\omega$  et  $\theta = (1 - g) \omega t$

Alors :

$$\begin{aligned} \bar{V}_d &= j g \omega \bar{\psi}_d - (1 - g) \omega \bar{\psi}_q \\ \bar{V}_q &= j g \omega \bar{\psi}_q + (1 - g) \omega \bar{\psi}_d \end{aligned}$$

#### Schémas équivalents :

Le schéma équivalent introduit une visualisation de la relation liant

$$\bar{\psi}_d \text{ à } \bar{i}_d \text{ où } \bar{\psi}_q \text{ à } \bar{i}_q.$$

Afin de se ramener à des notions de circuits qui sont familières, on élabore un circuit dont la tension aux bornes est  $j\omega \bar{\psi}_d$  (Fig.6).

L'impédance  $j X_d$  (ou  $X_q$ ) peut alors être décomposée en diverses branches permettant de visualiser la distribution du flux dans la machine, suivant l'axe d (où q) (Réf. 1).

#### 4 - Problèmes posés par la résolution du cas général.

##### 1.4.a - Modifications introduites par la non linéarité.

Les modifications essentielles du processus de résolution sont dues à l'impossibilité de superposer des solutions.

Le problème n'est plus séparable en un problème d et un problème q. Ainsi le domaine de résolution qui avait été réduit à une variation de  $y$  sur un intervalle de  $\pi/4$  doit être élargi à une variation de  $y$  couvrant tout le pas polaire.



Il n'est pas possible de traiter séparément le cas des amortisseurs.

Néanmoins, la forme du potentiel vecteur que nous avons mise en évidence au paragraphe précédent,

$$A(o, y, t) = a_{1d}(t) \cos ay - a_{1q}(t) \sin ay,$$

n'est pas liée au caractère linéaire des équations mais à la périodicité de la structure de la machine. Dans le cas non linéaire on a toujours

$$\psi_d(t) = \frac{k_s \pi}{a} a_{1d}(t)$$

mais  $a_{1d}(t)$  dépendra à la fois de  $i_d(t)$  et de  $i_q(t)$ .

On pourra toujours, bien entendu, introduire une réactance  $X_d(j\omega)$  par

$$\omega \bar{\psi}_d(j\omega) = X_d(j\omega) \bar{i}_d(j\omega)$$

Mais cette réactance dépend à la fois de  $\bar{i}_d$  et de  $\bar{i}_q$ , ce qui rend son emploi malaisé.

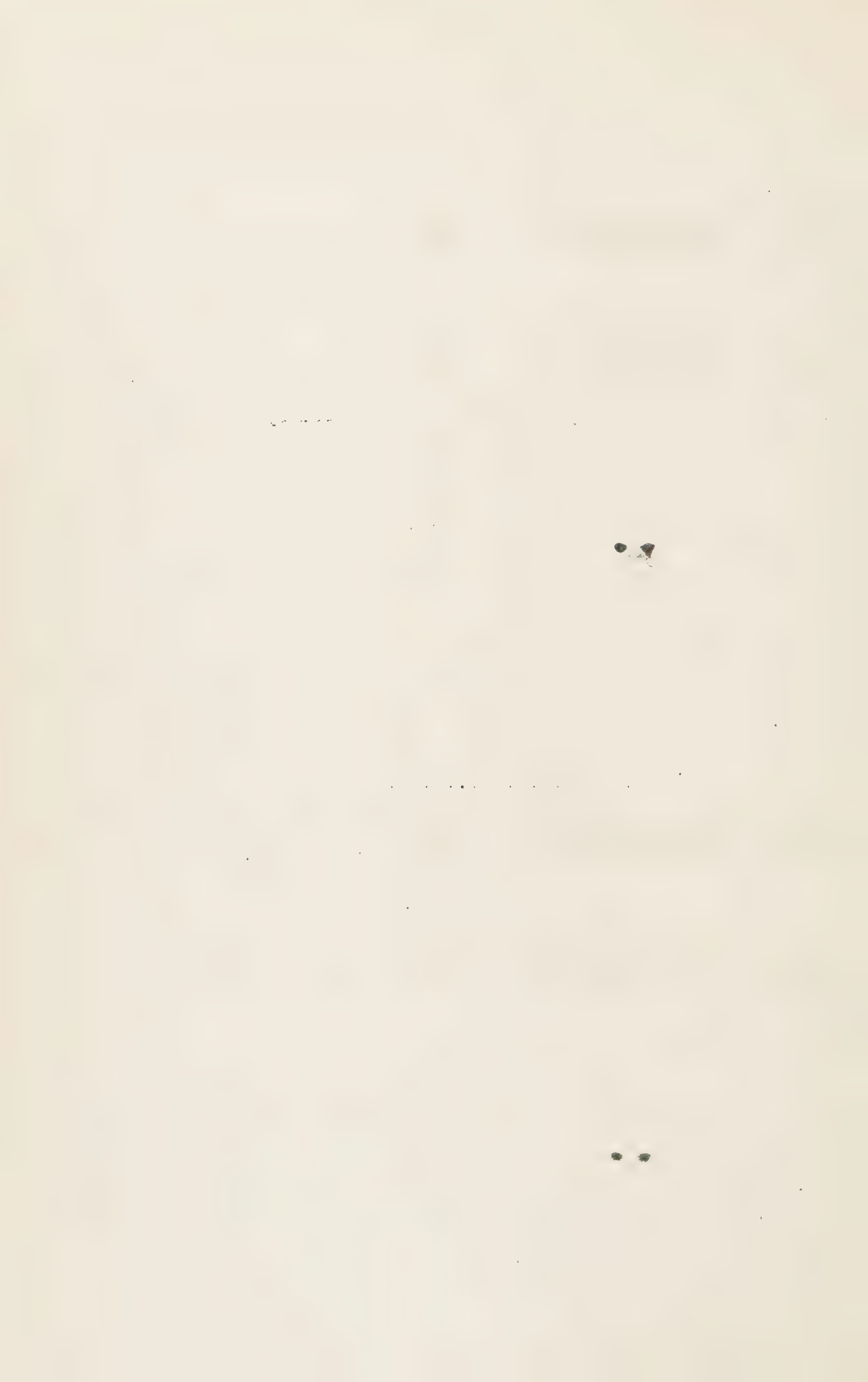
#### 1.4.b - Essais de résolution .....

Il faut essayer de sortir des difficultés précédentes par un certain nombre de considérations d'ordre pratique.

##### Premier point de vue.

D'une part, c'est dans la zone polaire que passe la majeure partie du flux et, c'est dans celle-ci surtout qu'il convient de tenir compte de la saturation du fer.

D'autre part, dans une large zone autour de l'axe d'on peut traiter le problème avec une approximation suffisante en considérant que sur cette zone, la machine est "tangente" à une machine à pôles lisses. L'approximation ainsi obtenue est en somme de la même nature que celle que l'on utilise pour calculer la capacité d'un condensateur plan quand on néglige les effets d'extrémité.



Pour la zone interpolaire, on pourra définir des trajets préférentiels des courants induits dans la zone des cornes polaires (Réf. 2)

Le problème fondamental est donc le calcul d'une machine rotor cylindrique massif.

En adaptant la solution du problème fondamental, on peut estimer les valeurs de  $X_d$  et  $X_q$ , le courant Forward  $I_f$  étant alors recalculé à partir de ces valeurs, la condition à la limite est modifiée et en conséquence  $X_d$  et  $X_q$ .

Autre point de vue.

Dans la Réf. 1 Widgger et Adkins imaginent de tenir compte de la distribution du flux dans l'entrefer<sup>en</sup> introduisant dans les schémas équivalents une branche fer divisée. Chaque branche de la division introduite correspond à l'impédance obtenue à partir du problème fondamental concernant le calcul d'une machine à rotor cylindrique massif, avec des conditions de fonctionnement différentes pour chaque branche partielle.

1.4.c - Problème fondamental.  
.....

Suivant l'un ou l'autre point de vue, on peut dire que le problème fondamental est le calcul d'une machine à rotor cylindrique massif.

Le calcul à  $\mu$  constant est parfaitement connu, il a été fait par Concordia et Wood (Réf. 5).

Pour tenir compte de la saturation, diverses approximations ont été utilisées mais toutes concernent le calcul de l'impédance d'un demi espace infini, soumis à un champ tangentiel uniforme pulsant :

Ainsi l'approximation à induction constante a été calculée dans la(réf. 6) et utilisée dans la(réf. 1). J ufer (Réf. 2) a tenu compte de la courbe de saturation de l'acier.

Nous nous sommes proposés de tenir compte de la courbe de saturation mais en utilisant les deux composantes de champ.

Nous avons ainsi essayé de calculer aussi rigoureusement que possible le fonctionnement asynchrone d'une machine à rotor cylindrique massif.



## PARTIE II

### Calcul du fonctionnement asynchrone d'une machine à rotor cylindrique lisse.

L'étude va porter sur la machine de la figure 7.

Le choix de l'axe  $ox$  est indifférent et on choisit deux axes,  $oy$  et  $oy'$ , l'un attaché au rotor et l'autre au stator, ces deux axes glissant l'un par rapport à l'autre à la vitesse  $(1 - g)V_0$ .

$V_0$  est la vitesse tangentielle synchrone d'un point lié à la surface du rotor  $V_0 = \Omega_0 R$ . Pour plus de commodités  $oy$  est lié à la surface du rotor, le stator se situe donc à  $x = -\varepsilon$

#### 2.1 - Calcul du premier harmonique de $A(x, y, t)$ .

##### 2.1.a - Etude descriptive :

Cette structure présente une géométrie simple dont le principal avantage est que le choix de l'axe  $ox$  est indifférent. Dans ces conditions la décomposition en dq du problème est inutile, la densité superficielle de courant à la surface du stator peut s'écrire pour une alimentation triphasée alternative et équilibrée. :

$$I_s(y, t) = \frac{3}{2} k_s |I| \cdot \sqrt{2} \cos(g\omega t + ay + \phi_f)$$

$$\text{où } I_s(y, t) = \frac{3}{2} \frac{s}{\sqrt{2}} (I e^{j(g\omega t + ay)} + I^* e^{-j(g\omega t + ay)})$$

Le problème étant le même, au déphasage près, quelque soit le point  $y$  choisit les grandeurs électromagnétiques de la machine vont se propager sans se déformer, tout comme les sources, à la vitesse  $\frac{g\omega}{\Omega} = 1 - g$

On supposera la machine alimentée en étoile à neutre isolé, nous ne considérons donc pas de courants homopolaires.



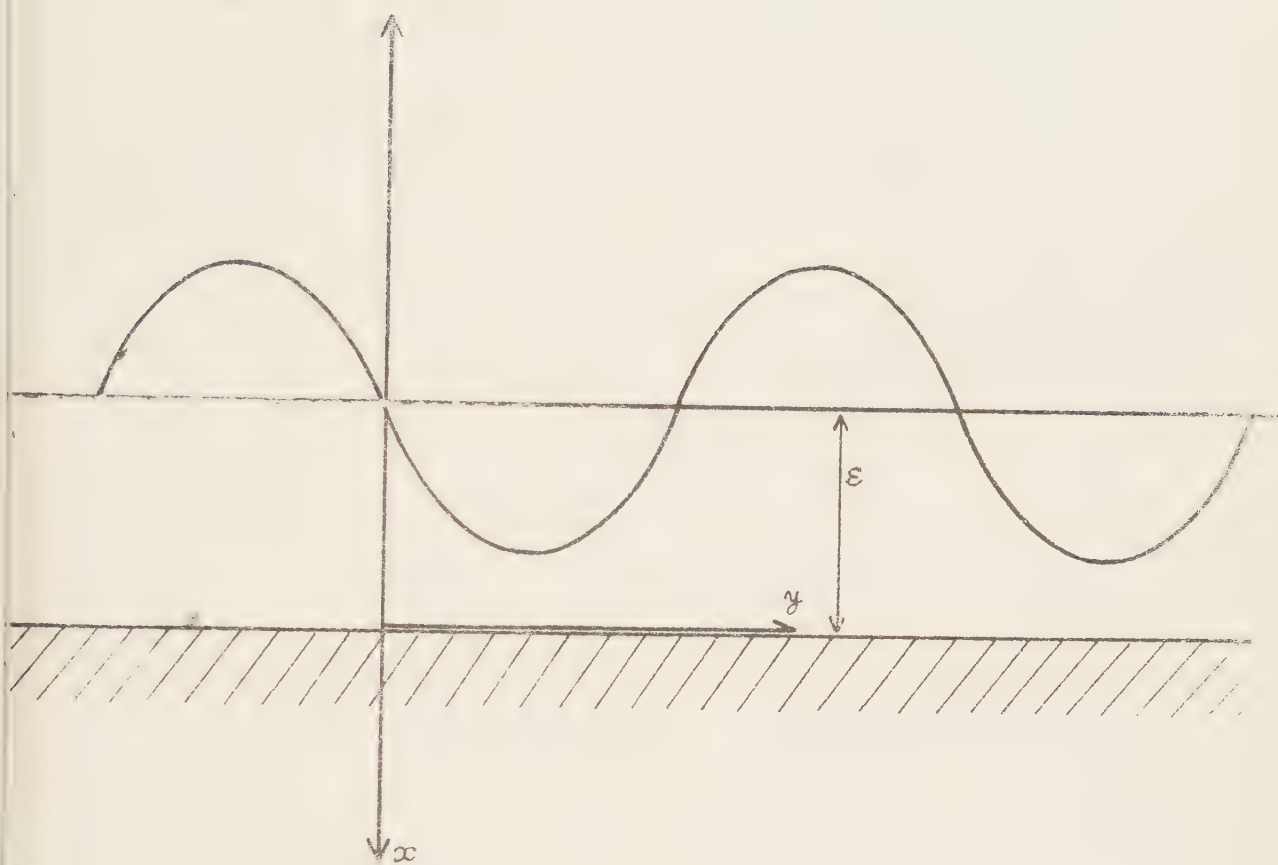


Figure - 5 -



Toutes les grandeurs présentes dans la machine sont donc en fait des fonctions de  $x$  et de  $\phi = g\omega t + a y$  ; ce sont toutes des fonctions périodiques de  $\phi$ , que nous allons décomposer en série de Fourier.

### 2.1.1 - Analyse harmonique : .....

Ecrivons a priori :

$$A(x, \phi) = \bar{A}(x) + \sum_{p \geq 1} \alpha_p(x) e^{jp\phi} + \alpha_p^*(x) e^{-jp\phi}$$

$\bar{A}(x)$  désigne la valeur moyenne sur  $\phi$  de la fonction  $A(x, \phi)$  nous allons montrer tout d'abord que cette valeur moyenne est nulle en fonctionnement asynchrone.

Calculons :

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial \bar{A}(x)}{\partial x} + \sum_{p \geq 1} \alpha'_p(x) e^{jp\phi} + \alpha'^*_p(x) e^{-jp\phi}$$

$$\frac{\partial A}{\partial y} = \sum_{p \geq 1} jpa \alpha_p(x) e^{jp\phi} - jpa \alpha_p^*(x) e^{-jp\phi}$$

On pose  $\lambda(x, \phi) = \frac{u_c}{u}$  ,

$\bar{\lambda}(x)$  désignant la valeur moyenne de  $\lambda(x, \phi)$

on devra avoir :

$$1 \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{\lambda} \frac{\partial \bar{A}}{\partial x} \right) = 0$$

dans le rotor où la valeur moyenne des courants induits est nulle en fonctionnement asynchrone.

$$2 \quad \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial x^2} = 0 \quad \text{dans l'entrefer.}$$

A la surface du stator  $\frac{\partial \bar{A}}{\partial x} = 0$  puisque la valeur moyenne de  $I_s(y, t)$  est nulle, en s'appuyant sur l'équation (2) on en déduit qu'il en est de même partout dans l'entrefer, et en particulier à la surface du rotor.



$\bar{\lambda} \frac{\partial \bar{A}}{\partial x}$  devant être constant partout dans le rotor

d'après l'équation (1) et étant nul à la frontière, on devra avoir  $\frac{\partial \bar{A}}{\partial x} = 0$  partout.

La valeur moyenne du potentiel vecteur A est donc constante et nous avons déjà choisi la valeur 0 pour x infini.

Développement de  $\frac{1}{\mu} (x, \phi)$  et incidence sur le développement de A(x,  $\phi$ )

$\frac{1}{\mu}$  est une fonction de  $B^2$   $\lambda(x, \phi) = \frac{\mu_0}{\mu} (x, \phi)$   
ne comprendra donc que des harmoniques pairs,

$$\lambda(x, \phi) = \bar{\lambda}(x) + \sum_{q \geq 1} \beta_{2q}(x) e^{2jq\phi} + \beta_{2q}^*(x) e^{-2jq\phi}$$

on a aussi d'après ce que nous venons de voir :

$$A(x, \phi) = \sum_{p \geq 1} \alpha_p(x) e^{jp\phi} + \alpha_p^*(x) e^{-jp\phi}$$

$$\frac{\partial A}{\partial x}(x, \phi) = \sum_{p \geq 1} \alpha'_p e^{jp\phi} + \alpha'^*_p e^{-jp\phi}$$

$$\frac{\partial A}{\partial y}(x, \phi) = \sum_{p \geq 1} jpa \alpha_p e^{jp\phi} - jpa \alpha_p^* e^{-jp\phi}$$

Si nous portons ces expressions dans l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial A}{\partial y} \right) = \mu_0 \sigma \frac{\partial A}{\partial t}$$

On constate que la valeur moyenne de la densité de courant, autrement dit de  $\frac{\partial A}{\partial t}$ , devant être nulle alors nécessairement A ne contient pas

d'harmoniques pairs. S'il en existait un en effet, il donnerait avec un harmonique  $\beta_{2q}$  correspondant un terme indépendant de  $\phi$  donc une valeur moyenne non nulle du premier membre.



On a donc :

$$\lambda(x, \phi) = \bar{\lambda}(x) + \sum_{q=1}^N \beta_{2q}(x) e^{2jq\phi} + \beta_{2q}^*(x) e^{-2jq\phi}$$

$$A(x, \phi) = \sum_{p=0}^{N'} \alpha_{2p+1} e^{j(2p+1)\phi} + \alpha_{2p+1}^* e^{-j(2p+1)\phi}$$

De façon formelle, on peut alors calculer strictement la solution de notre problème sous cette forme là avec N et N' infinis, il faudrait alors tenir compte de tous les harmoniques de A dans le calcul des  $\beta_{2q}$ .

Ce serait bien entendu la seule façon d'équilibrer les deux membres de notre équation.

On obtient une approximation de la solution en se fixant N', N doit alors être choisi en conséquence.

Si on se limite au premier harmonique de A  $N' = 0$

$$A(x, \phi) = \alpha e^{j\phi} + \alpha^* e^{-j\phi}$$

On choisit alors  $N = 1$

$$\lambda(x, \phi) = \bar{\lambda} + \beta e^{2j\phi} + \beta^* e^{-2j\phi}$$

L'harmonique 2 intervient en effet par son action sur l'harmonique 1 de A pour fournir encore une partie de l'harmonique 1 de  $\frac{\partial A}{\partial t}$

C'est cette approximation au premier harmonique que nous allons calculer, nous allons ainsi obtenir une équation différentielle du second ordre de la fonction complexe  $\alpha$ , ce qui va nous fournir un système canonique de 4 équations différentielles du premier ordre.

Si on envisage de tenir compte du troisième harmonique de A,  $N' = 3$

$$A(x, \phi) = \alpha_1 e^{j\phi} + \alpha_1^* e^{-j\phi} + \alpha_3 e^{3j\phi} + \alpha_3^* e^{-3j\phi}$$

Il faut choisir alors  $N = 3$ , l'harmonique 6 de  $\lambda$  intervient en effet sur l'harmonique 3 de A pour fournir une partie de l'harmonique 3 de  $\frac{\partial A}{\partial t}$ .



On obtiendrait alors un système de deux équations différentielles, du second ordre, des fonctions complexes  $\alpha_1$  et  $\alpha_3$ , soit un système canonique de 8 équations différentielles de premier ordre. Le calcul de  $\beta_2, \beta_4, \beta_6, \bar{\lambda}$  en fonction des  $\alpha_1$  et  $\alpha_3$  étant d'ailleurs assez volumineux. Numériquement ce système pose beaucoup de problèmes que nous n'aborderons pas pour le moment, une telle précision est d'ailleurs surabondante.

#### 2.1.c - Approximation au premier harmonique.

A partir des expressions précédentes on calcule :

$$\lambda \frac{\partial A}{\partial x} = (\bar{\lambda} \alpha' + \beta \alpha'^*) e^{j\phi} + (\bar{\lambda} \alpha'^* + \beta^* \alpha') e^{-j\phi} + \beta \alpha' e^{3j\phi} + \beta^* \alpha'^* e^{-3j\phi}$$

$$\lambda' \frac{\partial A}{\partial y} = (j \bar{\lambda} a \alpha - j a \beta \alpha'^*) e^{j\phi} + (j \bar{\lambda} a \alpha - j a \beta \alpha'^*)^* e^{-j\phi} + j a \alpha \beta e^{3j\phi} - j a \alpha'^* \beta^* e^{-3j\phi}$$

En écrivant l'égalité des premiers harmoniques des deux membres de l'équation on obtient :

$$\frac{d}{dx} (\bar{\lambda} \alpha' + \beta \alpha'^*) - a^2 (\bar{\lambda} \alpha - \beta \alpha'^*) = \mu_0 \sigma j g \omega \alpha$$

ainsi que l'équation conjuguée.

Notons que le calcul a été fait pour  $\bar{\lambda}$  réel. Si on veut tenir compte de l'hysteresis on sera conduit à la même équation avec  $\lambda$  complexe bien que le moyen d'y arriver soit légèrement différent. Le calcul numérique a été fait pour  $\lambda$  réel.

#### Conditions aux limites :

Les conditions aux limites que nous avons déjà décrites dans le cas général, sont traitées de manière analogue à l'équation de fonctionnement :

Pour  $x = 0$

Les indices 1 et 2 désignant cette fois l'appartenance à l'entrefer ou au rotor :



Pour  $x = -\varepsilon$

Par identification de  $\frac{\partial A}{\partial x}$  et de  $\mu_0 I_s(y, t)$

$$-\alpha'(-\varepsilon) = \frac{3}{2} \mu_0 \frac{k_s I}{\sqrt{2}}$$

## 2.2 - Conditions de branchement de la machine sur un réseau triphasé équilibré.

### 2.2.a - Schéma équivalent.

Le schéma équivalent complet de fonctionnement de la machine est celui de la figure 6.

Il correspond à l'équation électrique par phase

$$V = (r + j x_f) I + j\omega \psi \quad e4$$

où  $x_f$  est la réactance de fuite d'une phase statorique  $\psi$  concerne donc le flux qui passe effectivement du stator au rotor.

A la surface du stator doit avoir :

$$-\alpha'(-\varepsilon) = \frac{3\mu_0 k_s I}{2\sqrt{2}} \quad e5$$

### Expression du flux.

Nous voulons calculer au niveau du stator le flux par une phase.

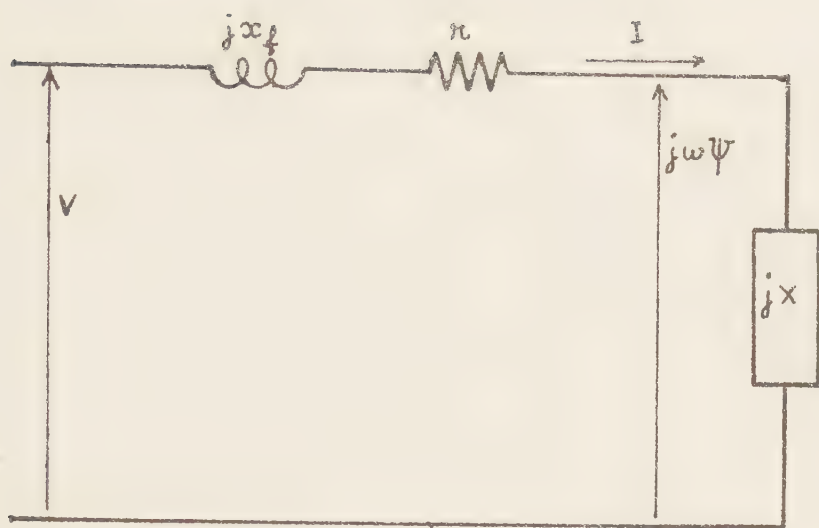
$|\psi|$  désignent la valeur efficace de  $\psi(t)$

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi e^{j\omega t} + \psi^* e^{-j\omega t}$$

Pour calculer ce flux on peut faire un raisonnement énergétique et identifier la valeur moyenne de  $\sum_{a,b,c} \phi_a(t) I_a(t)$  avec

$$\frac{1}{4\pi} \int A(\phi) I_s(\phi) d\phi$$





$$V = (r_a + jx_f) I + j\omega\psi$$

Schéma équivalent

Figure - 6 -



Avec  $A = \alpha e^{j\phi} + \alpha^* e^{-j\phi}$

$$I_s(\phi) = \frac{3}{2} \frac{k_s}{a} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\phi} + \frac{I^*}{\sqrt{2}} e^{-j\phi} \right]$$

On écrit donc que :

$$\frac{\psi I^* + \psi^* I}{2} = \frac{3}{2} \frac{k_s}{a} \left( \frac{I^*}{\sqrt{2}} \alpha + \frac{I \alpha^*}{\sqrt{2}} \right) \cdot 2\pi L$$

$L$  désignent la largeur équivalente du stator.

d'où

$$\psi = \frac{2\pi k_s}{a} \cdot \sqrt{2} \cdot L$$

e6

## 2.2.b - Condition de mise sous tension.

On remplace dans l'équation e4  $I$  et  $\psi$  par leurs

expressions e5 et e6, on obtient :

$$-(r + j x_f) \cdot \frac{2 \sqrt{2} a}{3 \mu_0 k_s} \frac{\alpha'(-\epsilon)}{a} + j \omega \cdot \frac{2 \pi k_s}{a} \sqrt{2} \cdot L \alpha = V$$

Telle est la condition de mise sous tension que nous allons traduire en fonction de  $\alpha(-\epsilon)$  et  $\alpha'(0)$  à la surface du rotor et du côté du fer.

## 2.2.c - Calcul de la réactance, du courant appelé et du couple :

Tous calculs faits, lorsque l'on connaît  $\alpha(-\epsilon)$  et  $\alpha'(-\epsilon)$

on obtient la réactance à partir de e6 et e5.

$$X(j\omega) = \frac{\omega \psi}{I} = 3 \omega \pi \mu_0 \left( \frac{k_s}{a} \right)^2 \cdot L \cdot \frac{\alpha(-\epsilon)}{-\alpha'(-\epsilon)/a}$$

$k_s/a$  et  $\alpha'/a$  ont été introduits afin d'obtenir des quantités sans dimension.

Le courant est ensuite déterminé par :

$$I = \frac{V}{jX + r + j x_f}$$



Le couple est calculé à partir de :

$$\Gamma \frac{3}{p} = 3 \text{ réelle } (j\omega \psi I^x)$$

ou

$$\Gamma = 2.10^7 \text{ pL Im} \left( \frac{\alpha \alpha^*}{a} \right)$$

#### 2.2.d - Restriction du problème rotor. .....

Pour éviter ici toute confusion nous allons reprendre les notations  $\alpha_1$  pour l'entrefer et  $\alpha_2$  pour le fer.

La solution dans l'entrefer est parfaitement connue sous forme analytique, en ce qui concerne le premier harmonique on a toujours

$$A = \alpha_1 e^{j(g\omega t + ay)} + \alpha_1^* e^{-j(g\omega t + ay)}$$

ceci étant dû à la forme de la condition à la frontière  $x = -\epsilon$ . Si on porte cette expression dans  $\Delta A = 0$  on obtient pour  $\alpha_1(x)$  la solution :

$$\begin{aligned} \alpha_1(x) &= k_1 e^{ax} + k_2 e^{-ax} \\ \alpha'_1(x) &= ak_1 e^{ax} - ak_2 e^{-ax} \end{aligned}$$

On peut alors noter qu'il est possible de restreindre le problème au rotor ; il suffit pour cela d'exprimer  $k_1$  et  $k_2$  en fonction de  $\alpha_1(0)$  et  $\alpha'_1(0)$ , donc en fonction de  $\alpha_2(0)$  et  $\alpha'_2(0)$ ,  $k_1$  et  $k_2$  étant exprimés en fonction des déterminations de  $\alpha$  à la surface du rotor et du côté du fer il suffit alors de calculer  $\alpha_1(-\epsilon)$  et  $\alpha'_1(\epsilon)$  en fonction de  $k_1$  et  $k_2$ , la condition de mise sous la tension  $V$  de la machine concernant ces grandeurs.

Pour  $x = 0$

$$\alpha_1(0) = k_1 + k_2$$

$$\alpha'_1(0) = a(k_1 - k_2)$$

Nous avons vu que :

$$\alpha_1(0) = \alpha_2(0)$$

$$\alpha'_1(0) = \lambda(0) \alpha'_2(0) + \beta(0) \alpha'_2(0)^*$$



Nous allons donc sans ambiguïté possible, supprimer les indices étant entendu que  $\alpha(o)$  et  $\alpha'(o)$  désignerons dorénavant les déterminations du côté du fer.

On aura donc :

$$k_1 = \frac{1}{2} \alpha(o) + \frac{1}{a} (\lambda(o) \alpha'(o) + \beta(o) \alpha'(o)^*)$$

$$k_2 = \frac{1}{2} \alpha(o) - \frac{1}{a} (\lambda(o) \alpha'(o) + \beta(o) \alpha'(o)^*)$$

Ensuite :

de

$$\alpha(-\varepsilon) = k_1 e^{\varepsilon a} + k_2 e^{-\varepsilon a}$$

$$\frac{\alpha'(-\varepsilon)}{a} = k_1 e^{\varepsilon a} - k_2 e^{-\varepsilon a}$$

ce qui peut s'écrire :

$$\alpha(-\varepsilon) = (k_1 + k_2) \operatorname{ch} \varepsilon a + (k_1 - k_2) \operatorname{sh} \varepsilon a$$

$$\frac{\alpha'(-\varepsilon)}{a} = (k_1 - k_2) \operatorname{ch} \varepsilon a + (k_1 + k_2) \operatorname{sh} \varepsilon a$$

On tire d'après les expressions précédentes de  $k_1$  et  $k_2$ .

$$\alpha(-\varepsilon) = \operatorname{ch} \varepsilon a \alpha(o) - \operatorname{sh} \varepsilon a \left( \lambda(o) \frac{\alpha'(o)}{a} + \beta(o) \frac{\alpha'(o)^*}{a} \right)$$

$$\frac{\alpha'(-\varepsilon)}{a} = \operatorname{ch} \varepsilon a \left( \lambda(o) \frac{\alpha'(o)}{a} + \beta(o) \frac{\alpha'(o)^*}{a} \right) - \operatorname{sh} \varepsilon a \alpha(o)$$

Le problème peut alors être entièrement traité dans le domaine du rotor, la condition pour  $x \rightarrow \infty$  étant que  $|\alpha| \rightarrow 0$  et la condition pour  $x = 0$  à la surface du rotor et du côté fer) étant :

$$C_1 \alpha(o) + C_2 \left( \lambda(o) \frac{\alpha'(o)}{a} + \beta(o) \frac{\alpha'(o)^*}{a} \right) = v/\sqrt{2}$$

avec :

$$C_1 = 2 j \omega \pi L \frac{k_s}{a} \operatorname{ch} \varepsilon a + \frac{2}{3} \frac{a}{\mu_o k_s} \operatorname{sh} \varepsilon a (r + j x_f)$$

$$C_2 = -2 j \omega \pi L \frac{k_s}{a} \operatorname{sh} \varepsilon a - \frac{2}{3} \frac{a \operatorname{ch} \varepsilon a}{\mu_o k_s} (r + j x_f)$$

Notons que :  $\alpha(o)$  et  $\frac{\alpha'(o)}{a}$  ont la même dimension qui doit être celle d'un potentiel vecteur

$k_s$  à la dimension de  $a$

$C_1, C_2$  ont la dimension de  $\omega L$  et de  $\frac{r}{\mu_o}$

$\omega L$  à la dimension d'une vitesse

$\frac{r}{\mu_o}$  a lui aussi la dimension d'une vitesse

$$\left( \frac{r}{\mu_o} \right) = (r) \times (H) / (B) = (r) \times (H) \times (L^2) / (\Phi) = \frac{(V) \times (L)}{(\Phi)} = (L T^{-1})$$



$C_1$  et  $C_2$  ont la dimension d'une vitesse et  $\alpha(o)$  et  $\alpha'(o)/a$  ont donc bien la dimension d'un potentiel vecteur qui est le quotient d'une tension par une vitesse (CF le quadri-potentiel  $\left[ \vec{A} \quad \frac{V}{C} \right]$  )

2.3 - Processus du calcul.

Notons tout d'abord que la structure que nous étudions ne dépend quant à sa configuration géométrique que d'un paramètre : l'épaisseur de l'entrefer. La périodicité de la structure électrique rajoute un deuxième paramètre : le pas polaire  $\tau p$ .

$$a = 2 \pi / \tau p.$$

Il est intéressant pour nous, au moins formellement, de travailler avec des coordonnées réduites.

$$\begin{array}{ccc} ax & \rightarrow & x \\ ay & \rightarrow & y \end{array}$$

Ces nouvelles coordonnées sont sans dimensions et permettent un traitement uniformisé de machines de dimensions différentes. Nous allons voir néanmoins par la suite comment intervient le pas polaire.

2.3.a - Recherche de la forme canonique des équations.

On pose

$$\begin{aligned} \alpha &= X_1 + j X_2 \\ \alpha' &= X_3 + j X_4 \end{aligned}$$

$\alpha'$  étant la dérivée de  $\alpha(x)$  par rapport à  $x$  dans le nouveau système de coordonnées réduites.

Ces deux équations seront donc :

$$X'_1 = X_3 \tag{e7}$$

$$X'_2 = X_4 \tag{e8}$$

Les deux autres équations nous seront fournies en considérant la partie réelle et la partie imaginaire de l'équation déjà écrite :

$$\frac{d}{dx} (\bar{\lambda} \alpha' + \beta \alpha'^*) - (\bar{\lambda} \alpha - \beta \alpha^*) = j \frac{\mu_0 \sigma \tau^2 \omega}{a^2} \cdot \alpha$$



L'équation est écrite maintenant dans le nouveau système de coordonnées.

$$\begin{array}{ccc} ax & \rightarrow & x \\ \frac{d}{dax} & \rightarrow & \frac{d}{dx} \end{array}$$

Désignons par  $\text{Re } \beta$  et  $\text{Im } \beta$  les parties réelles et imaginaires de

$$\bar{\lambda} \alpha' + \beta \alpha'^* = (\bar{\lambda} X_3 + \text{Re } \beta X_3 + \text{Im } \beta X_4) + j (\bar{\lambda} X_4 + \text{Im } \beta X_3 - \text{Re } \beta X_4)$$

$$\bar{\lambda} \alpha - \beta \alpha'^* = (\bar{\lambda} X_1 - \text{Re } \beta X_1 - \text{Im } \beta X_2) + j (\bar{\lambda} X_2 - \text{Im } \beta X_1 + \text{Re } \beta X_2)$$

On pose  $k = \mu_0 \sigma g \omega / a^2$  qui est un nombre sans dimensions.

On pose aussi

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \lambda + \text{Re } \beta \\ \Phi_2 &= \lambda - \text{Re } \beta \\ \Phi_3 &= \text{Im } \beta \end{aligned}$$

Ce sont des fonctions de  $X_1, X_2, X_3$  et  $X_4$  que nous déterminerons tout à l'heure.

Pour toutes ces fonctions :

$$\Phi' = \frac{\partial \Phi}{\partial X_1} X_3 + \frac{\partial \Phi}{\partial X_2} X_4 + \frac{\partial \Phi}{\partial X_3} X'_3 + \frac{\partial \Phi}{\partial X_4} X'_4$$

$$\bar{\lambda} \alpha' + \beta \alpha'^* = \Phi_1 X_3 + \Phi_3 X_4 + j (\Phi_2 X_4 + \Phi_3 X_3)$$

$$\bar{\lambda} \alpha - \beta \alpha'^* = \Phi_2 X_1 - \Phi_3 X_2 + j (\Phi_1 X_2 - \Phi_3 X_1)$$

Réelle  $\left[ \frac{d}{dx} (\lambda \alpha' + \beta \alpha'^*) \right] = \Phi_1 X'_3 + \Phi_3 X'_4 + \Phi'_1 X_3 + \Phi'_3 X_4$

Imaginaire  $\left[ \frac{d}{dx} (\lambda \alpha' + \beta \alpha'^*) \right] = \Phi_2 X'_4 + \Phi_3 X'_3 + \Phi'_2 X_4 + \Phi'_3 X_3$

Les deux autres équations sont alors :

$$C_{33} X'_3 + C_{34} X'_4 = C_3 \quad e^9$$

$$C_{43} X'_3 + C_{44} X'_4 = C_4 \quad e^{10}$$



Avec :

$$C_{33} = \phi_1 + X_3 \frac{\partial \phi_1}{\partial X_3} + X_4 \frac{\partial \phi_3}{\partial X_3}$$

$$C_{34} = \phi_3 + X_3 \frac{\partial \phi_1}{\partial X_4} + X_4 \frac{\partial \phi_3}{\partial X_4}$$

$$C_{43} = \phi_3 + X_4 \frac{\partial \phi_2}{\partial X_3} + X_3 \frac{\partial \phi_3}{\partial X_3}$$

$$C_{44} = \phi_2 + X_4 \frac{\partial \phi_2}{\partial X_4} + X_3 \frac{\partial \phi_3}{\partial X_4}$$

$$C_3 = -k X_2 + \phi_2 X_1 - \phi_3 X_2 - X_3 \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial X_1} X_3 + \frac{\partial \phi_1}{\partial X_2} X_4 \right) - X_4 \left( \frac{\partial \phi_3}{\partial X_1} X_3 + \frac{\partial \phi_3}{\partial X_2} X_4 \right)$$

$$C_4 = k X_1 + \phi_1 X_3 - \phi_3 X_1 - X_2 \left( \frac{\partial \phi_2}{\partial X_1} X_3 + \frac{\partial \phi_2}{\partial X_2} X_4 \right) - X_3 \left( \frac{\partial \phi_3}{\partial X_1} X_3 + \frac{\partial \phi_3}{\partial X_2} X_4 \right)$$

Les équations e9 et e10 étant résolues en X'3 et X'4 de façon explicite, l'ensemble des équations e7, e8, e9, e10, nous fournit le système canonique recherché.

Les équations e9, e10, peuvent s'écrire en effet :

$$X'_3 = \frac{C_{44} C_3 - C_{34} C_4}{\Delta}$$

$$X'_4 = \frac{C_{33} C_4 - C_{43} C_3}{\Delta}$$

$$\text{Avec } \Delta = C_{33} C_{44} - C_{34} C_{43}$$



Nous devons donc résoudre le système d'équations différentielles du premier ordre :

$$X'_1 = F_1 (X_1, X_2, X_3, X_4)$$

$$X'_2 = F_2 (X_1, X_2, X_3, X_4)$$

$$X'_3 = F_3 (X_1, X_2, X_3, X_4)$$

$$X'_4 = F_4 (X_1, X_2, X_3, X_4)$$

avec les conditions aux frontières que nous avons déjà exposées.

### 2.3.b - Choix de la méthode de résolution.

Il est intuitif que l'induction maxima va en décroissant avec la profondeur, il existe donc un niveau en dessous duquel le fer n'est pas saturé. A partir de cette profondeur,  $\mu$  reste constant et la solution peut s'exprimer de façon analytique.

#### Il convient d'utiliser au mieux cette possibilité.

Jusqu'à une certaine valeur  $B_0$  de l'induction maximum, nous allons considérer que  $\lambda$  est une constante  $\lambda_0$ .

Soit  $H_0$  la profondeur où  $\lambda$  devient égal à  $\lambda_0$  et soit  $X_0$  la valeur de  $\alpha$  à ce niveau.

Nous allons prendre arbitrairement  $X_0$  réel, ce qui revient à choisir ici l'origine des phases. Si on choisit par la suite la phase de la tension  $V$  comme phase de référence, il suffira de faire tourner du même angle toutes les représentations vectorielles des grandeurs présentes dans la machine .

#### Détermination de la solution pour $x > H_0$

Pour  $x > H_0$   $\lambda(x, y, t) = \lambda_0$  ,  $\beta = 0, \bar{\lambda} = \lambda_0$  et les équations sont simplifiées.

$$\alpha'' = (1 + j k / \lambda_0) \alpha$$

$$\alpha'' = q^2 \alpha \quad \text{si on pose} \quad q^2 = 1 + j \frac{k}{\lambda_0}$$

Si l'on choisit pour  $q$  la racine à partir réelle positive de  $q^2$ , la solution est :

$$\alpha = X_0 e^{-qx}$$



de façon que  $|\alpha| \rightarrow 0$  lorsque  $x \rightarrow +\infty$

alors  $\alpha' = -q X_0 e^{-qx}$

Cette solution parfaitement connue pour  $x > H_0$  va nous permettre d'initialiser le calcul et surtout de restreindre à une valeur acceptable,  $H_0$ , l'intervalle de résolution numérique de notre système.

En fait, même pour des glissements faibles 1 est toujours négligeable devant  $j \frac{k}{\lambda_0} \lambda_0$  est la valeur la plus faible de  $\lambda$ .

Dans le cas de la machine sur laquelle nous avons fait nos essais, per exemple :

$$g = 0,05$$

$$\lambda_0 = 9,1719^{-4}$$

$$\omega = 314$$

$$a = 2/R \approx 19$$

$$\frac{k}{\lambda_0} \approx 1,85 \cdot 10^2$$

nous prendrons donc :

$$q = \sqrt{\frac{k}{\lambda_0}} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$q = \frac{(1+j)}{\delta} \quad \text{avec} \quad \delta = \sqrt{\frac{2\lambda_0}{k}}$$

d'après ce que nous venons de voir  $\frac{2}{\delta^2} \gg 1$

#### - Initialisation du calcul.

Dans ces conditions les valeurs initiales du calcul sont les suivantes :

$$X_1 = X_0$$

$$X_2 = 0$$

$$X_3 = -X_0/\delta$$

$$X_4 = -X_0/\delta$$



$X_0$  est déterminé par la condition que l'induction maximale est  $B_0$  ; nous allons préciser ce point par la suite.

On peut connaître les fonctions  $X_1, X_2, X_3, X_4$  pour des  $x$  supérieures

$$\alpha = X_0 e^{-x} \frac{(1-j)}{\delta}$$

De

$$\alpha' = - (1+j) \frac{X_0}{\delta} e^{-x} \frac{(1+j)}{\delta}$$

On déduit :

$$\begin{aligned} X_1(x) &= X_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \cos \frac{x}{\delta} \\ X_2(x) &= - X_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \sin \frac{x}{\delta} \\ X_3(x) &= - \frac{X_0}{\delta} e^{-\frac{x}{\delta}} \left( \cos \frac{x}{\delta} + \sin \frac{x}{\delta} \right) \\ X_4(x) &= - \frac{X_0}{\delta} e^{-\frac{x}{\delta}} \left( \cos \frac{x}{\delta} - \sin \frac{x}{\delta} \right) \end{aligned}$$

Méthode d'intégration :

La solution étant parfaitement définie pour  $x > H_0$ , nous allons pouvoir utiliser une méthode à pas liés pour l'intégration des équations précédentes.

Principe (Réf. 4) :

L'intervalle de calcul  $H_0$  est divisé en  $N$  parties égales,  $h$

Supposons connues les valeurs des fonctions  $X_i$  aux points  $x_n, x_{n-1}$  et  $x_{n-2}$ , nous allons alors déterminer les valeurs des fonctions  $X_i$  au point  $x_{n-1}$ . Les valeurs initiales étant connues en 3 points, nous pourrions alors procéder par **réurrence** pour déterminer les valeurs des fonctions en tous les points de l'intervalle de calcul.

L'intégration des équations précédentes

$$X'_i = F_i(X_1, X_2, X_3, X_4)$$

entre les points d'abscisse  $X_n$  et  $X_{n+1}$  nous fournit :

$$X_i(n+1) - X_i(n) = \int_{x_n}^{x_{n+1}} F_i dx$$



Pour le calcul des intégrales diverses approximations polynomiales des  $F_i$  peuvent être utilisées.

Dans un premier temps, on peut approximer  $F_i$  entre  $x_n$  et  $x_{n+1}$  par un polynôme de degré 2 s'appuyant sur les points  $x_n$ ,  $x_{n-1}$  et  $x_{n-2}$  où les valeurs de  $F_i$  sont connues.

Cette première approximation nous fournit une valeur  $\tilde{X}_i(n+1)$   
 Par la suite, on approxime  $F_i$  par un polynôme de degrés 3, s'appuyant sur les points  $x_n$ ,  $x_{n-1}$ ,  $x_{n-2}$  et  $x_{n+1}$  où la valeur de  $F_i$  est calculée à partir de  $\tilde{X}_i(n+1)$   
 Cette deuxième approximation nous fournit  $X_i(n+1)$   
 L'erreur ainsi commise est en  $h^4$

On est ainsi conduit aux formules de prédiction-correction :

$$\tilde{X}_i(n+1) = X_i(n) + (h/12) \cdot [5 F_i(n-2) - 16 F_i(n-1) + 23 F_i(n)]$$

$$X_i(n+1) = X_i(n) + (h/24) \cdot [F_i(n-2) - 5 F_i(n-1) + 19 F_i(n) + 9 \tilde{X}_i(n+1)]$$

#### Application

Pour 4 équations les calculs précédents peuvent se faire dans un tableau.

|     | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $F_3$ | $F_4$ | $\Phi_1$ | $\Phi_2$ | $\Phi_3$ | etc ... |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|---------|
| n-2 | x     | x     | x     | x     | x     | x     | x        | x        | x        | x       |
| n-1 | x     | x     | x     | x     | x     | x     | x        | x        | x        | x       |
| n   | x     | x     | x     | x     | x     | x     | x        | x        | x        | x       |
| n+1 | ○     | ○     | ○     | ○     | ⊕     | ⊕     | ↑        | ↑        | ↑        | ↑       |



A chaque niveau les lignes 0, 1 et 2 étant connues, on obtient la ligne 3 en calculant par la méthode précédente  $X_1, X_2, X_3$ , et  $X_4$ . On détermine ensuite les deux derniers éléments à partir des quatre premiers.

La ligne  $n+1$  remplace par la suite la ligne  $n$  et on recommence les opérations précédentes.

### II. 3. c - Bouclage du calcul. .....

On calcule aussi  $\bar{\lambda}$  et  $\beta$  à chaque niveau. Ce calcul partiel est d'ailleurs utilisé dans le calcul de  $F_3$  et  $F_4$ . Le nombre de niveau  $N$  étant fixé à l'avance, il faut choisir le pas  $h$  de façon que les  $X_i(N)$  vérifient bien la condition à la surface du rotor déjà écrite.

$$\Phi(\alpha, \alpha') = V$$

En fait, le choix de la phase de  $\alpha$  ayant été fait de façon arbitraire, la condition de bouclage du calcul consistera à vérifier que l'équation précédente est vérifiée en module.

On déterminera donc par approximations successives la valeur de  $h$  telle que

$$|\Phi|^2 = V^2$$

Lorsque cette relation est vérifiée la phase de  $\Phi$  nous fournit la valeur du déphasage initial de  $\alpha$  par rapport à  $V$ .

Le calcul est alors conclu par la détermination des diverses grandeurs qui nous intéressent.

### 2. 4 - Calcul de $\lambda(x, y, t)$ -----

#### 2. 4. a - Approximation de la courbe de magnétisation. .....

$\lambda$  est une fonction paire de  $B$ , on peut choisir une approximation de la forme

$$\lambda = f(E^2)$$

$$B \left| \begin{array}{l} a \frac{\partial A}{\partial y} \\ -c \frac{\partial A}{\partial x} \end{array} \right.$$

en coordonnées réduites



# CARACTÉRISTIQUE MAGNÉTIQUE DE L'ACIER UTILISÉ

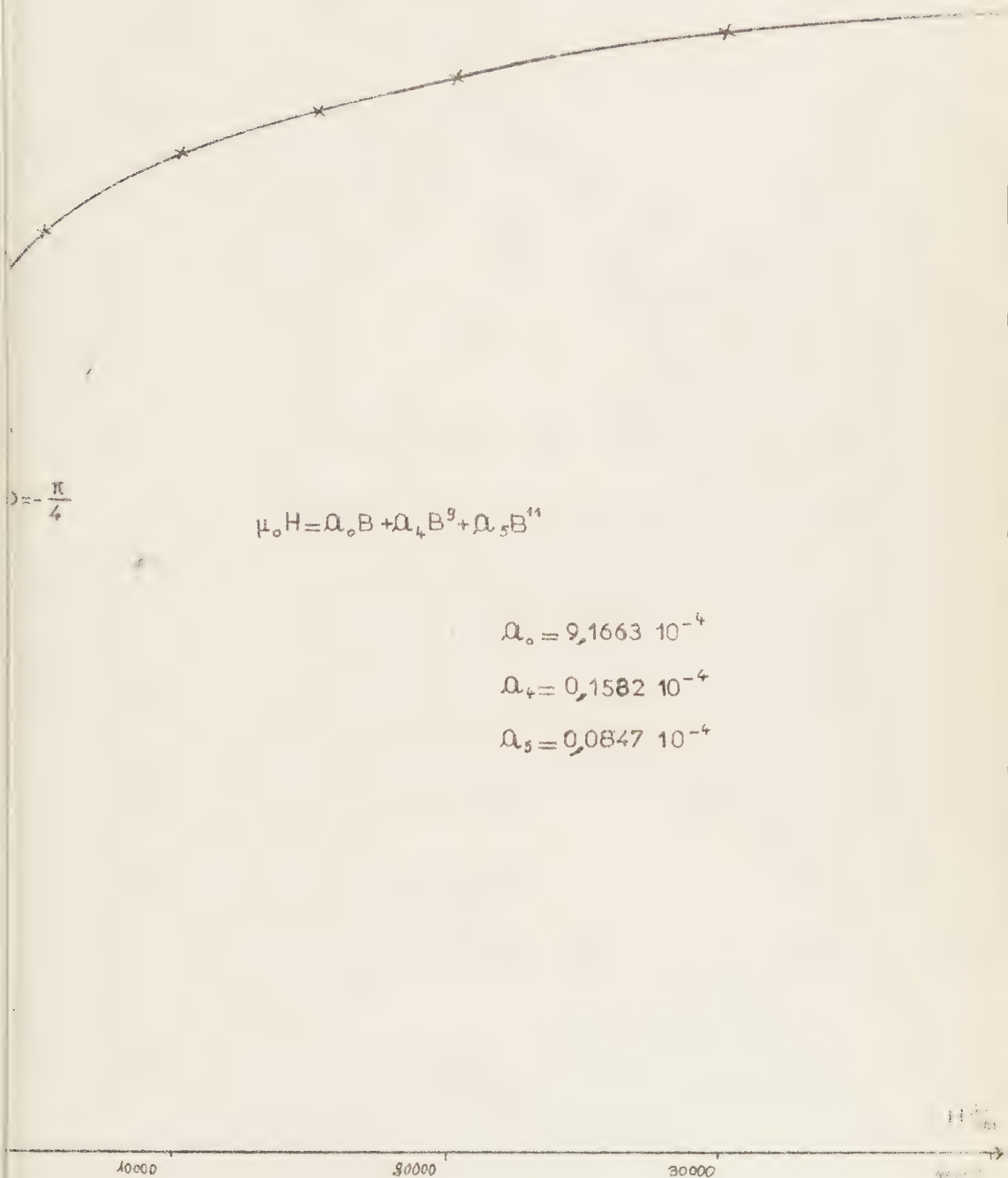


Figure — 7 —



On a donc

$$\frac{B^2}{a^2} = \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)^2$$

$$A = \alpha e^{j\phi} + \alpha^* e^{-j\phi}$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \alpha' e^{j\phi} + \alpha'^* e^{-j\phi}$$

$$\frac{\partial A}{\partial y} = j\alpha e^{j\phi} - j\alpha^* e^{-j\phi}$$

$$\frac{B^2}{a^2} = (\alpha'^2 - \alpha^2) e^{2j\phi} + (\alpha'^2 - \alpha^2)^* e^{-2j\phi} + 2 |\alpha|^2 + |\alpha'|^2$$

$B^2$  est une fonction périodique de  $\phi$ , de période  $\pi$ , il nous faut calculer la valeur moyenne et le premier harmonique de  $f(B^2)$ .

Une approximation de la courbe de saturation, particulièrement commode pour effectuer ces calculs est une approximation polynomiale. Cette approximation des courbes de saturation est connue et a déjà été utilisée.

Pour tenir compte du fait que, dans la région non saturée, la courbe suit longtemps sa tangente à l'origine on ne conservera que des termes de puissance élevée.

Pour l'acier utilisé le développement

$$\lambda = f(B^2) = A_0 + A_4 B^8 + A_5 B^{10}$$

donné entièrement satisfaction sans qu'il soit nécessaire de tenir compte d'autres termes.

#### 2.4.b - Calcul $\bar{\lambda}(x)$ et $\beta(x)$

Les valeurs moyennes de  $B^8$  et  $B^{10}$  et le premier terme de leur développement doivent être calculés en fonction de  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  et  $X_4$ .

$$B^2 = z e^{2j\phi} + z^* e^{-2j\phi}$$

$$\text{ou } z = f + j g$$



avec, d'après ce que nous venons de voir :

$$f = a^2 (X_3^2 - X_4^2 - X_1^2 + X_2^2)$$

$$g = a^2 (2 X_3 X_4 - 2 X_1 X_2)$$

$$H = a^2 (X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2)$$

$$\text{On pose } T = f^2 + g^2$$

on calcule ensuite

$$B^4 = 4 H^2 + 2 T + 4 H (z e^{2j\phi} + z^* e^{-2j\phi}) + z^2 e^{4j\phi} + z^{2*} e^{-4j\phi}$$

$$B^6 = 4 H [2 H^2 + 3 T] + (z e^{2j\phi} + z^* e^{-2j\phi}) \cdot [12 H^2 + 3 T] + 6 H [z^2 e^{4j\phi} + z^{2*} e^{-4j\phi}] + z^3 e^{6j\phi} + z^{3*} e^{-6j\phi}$$

$$B^8 = 6 T^2 + 16 H^4 + 48 H^2 T + [24 HT + 32 H^3] (z e^{2j\phi} + z^* e^{-2j\phi}) + [24 H^2 + 4 T] (z^2 e^{4j\phi} + z^{2*} e^{-4j\phi}) + 8 H (z^3 e^{6j\phi} + z^{3*} e^{-6j\phi}) + z^4 e^{8j\phi} + z^{4*} e^{-8j\phi}$$

$$\text{terme constant de } B^{10} = 160 H^3 T + 60 HT^2 + 32 H^5$$

$$\text{terme harmonique de } B^{10} = (10 T^2 + 80 H^4 + 120 H^2 T) \cdot [z e^{2j\phi} + z^* e^{-2j\phi}]$$

on en déduit :

$$\bar{\lambda}(x) = A_0 + A_4 \cdot [6T^2 + 16 H^4 + 48 H^2 T] + A_5 \cdot [160 H^3 T + 60 HT^2 + 32 H^5]$$

$$\beta(x) = (f + jg) \cdot [A_4 (24HT + 32 H^3) + A_5 \cdot (10T^2 + 80H^4 + 120 H^2 T)]$$

2.4.c - Choix de Bo  
.....

Si Bo est choisi trop grand on commet une erreur systématique sur les valeurs initiales du calcul.

Si Bo est choisi trop petit on augmente l'intervalle de l'intégration numérique, et pour un même pas, on augmente ainsi le temps de calcul.



Bo doit être estimé au mieux sur examen de la courbe de saturation.  
En général

$$1 < \gamma_0 < 1,3 \text{ T}$$

Calcul de  $\lambda_0$  et  $X_0$

Examinons ce qui se passe au niveau  $H_0$  où l'induction maximum est  $B_0$ .  
Nous avons déjà vu qu'à ce niveau :

$$X_1 = X_0$$

$$X_2 = 0$$

$$X_3 = -\frac{X_0}{\delta}$$

$$X_4 = -\frac{X_0}{\delta}$$

Avec l'approximation déjà faite  $\frac{2}{\delta^2} \gg 1$  On a :

$$f \# 0$$

$$H \# g \# \frac{2 a^2 X_0^2}{\delta^2}$$

$$\text{alors } B^2 \# 2j \frac{a^2 X_0^2}{\delta^2} e^{2j\phi} - 2j \frac{a^2 X_0^2}{\delta^2} e^{-2j\phi} + 4 \frac{a^2 X_0^2}{\delta^2}$$

$$B^2 \# \frac{4 a^2 X_0^2}{\delta^2} (1 - \sin 2\phi)$$

La valeur extrême de  $B^2$  est atteinte par  $\phi = \pi/4$  et vaut  $B_0 = (2 a^2 X_0^2 / \delta^2)^{1/2}$ .  
Dans ces conditions  $B^2$  peut s'annuler et le paramétrage en  $\phi$  est celui de la figure. Nous allons calculer la valeur moyenne de  $\lambda$  et l'exprimer en fonction de  $B_0$  :

$$T = \frac{\frac{1}{4} a^4 X_0^4}{\delta^4} = \left(\frac{B_0}{2}\right)^4$$

$$H = \left(\frac{B_0}{2}\right)^2$$



où

$$\bar{\lambda}(B_0) = A_0 + \frac{70}{2^8} \cdot A_4 B_0^8 + \frac{252}{2^{10}} \cdot A_5 B_0^{10}$$

Cette expression serait valable en tout point où l'induction maximum serait  $B_0$  si la variation de  $B$  était la précédente, mais en fait, pour les inductions maxima plus importantes,  $B$  ne s'annule pas,  $\frac{\partial A}{\partial x}$  et  $\frac{\partial A}{\partial t}$  ne s'annulant pas simultanément.

Pour initialiser les calculs dans la partie linéaire on conviendra que  $\lambda$  varie peu autour de la valeur moyenne  $\bar{\lambda}(B_0)$  pour le calcul de  $\delta$  on prendra donc  $\lambda_0 = \bar{\lambda}(B_0)$

Notons que tout ceci n'est cohérent avec l'approximation choisie que si la valeur  $\lambda_0$  ainsi calculée est proche de  $A_0$ .

Dans ces conditions, tant que l'induction maxima reste inférieure  $B_0$ ,  $\lambda(x)$  reste constant et sensiblement égal à  $\lambda_0$  et  $\beta(x)$  est négligeable.

Le calcul peut alors être initialisé comme en 2.3.b.

#### 2.4.d - Calcul des dérivées de $\bar{\lambda}(x)$ et $\beta(x)$

$\bar{\lambda}$  et  $\beta$  sont des fonctions de  $H$  et de  $T$

Calculons tout d'abord  $P_1 = \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial H}$  et  $q_1 = \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial T}$

$$= 32 A_4 \cdot [2 H^3 + 3 HT] + 10 A_5 \cdot [48 H^2 T + 6 T^2 + 16 H^4]$$

$$= 12 A_4 \cdot [T + 4 H^2] + 10 A_5 \cdot [16 H^3 + 12 HT]$$

suite

$$\frac{\partial \lambda}{\partial X_i} = P_1 \frac{\partial H}{\partial X_i} + q_1 \frac{\partial T}{\partial X_i}$$

$$\frac{\partial H}{\partial X_i} = 2 a^2 X_i$$

$$\frac{\partial T}{\partial X_i} = 2 f \frac{\partial f}{\partial X_i} + 2 g \frac{\partial g}{\partial X_i}$$



On tient compte de :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial X_1} &= -2a^2 X_1 & \frac{\partial f}{\partial X_2} &= 2a^2 X_2 & \frac{\partial f}{\partial X_3} &= 2a^2 X_3 & \frac{\partial f}{\partial X_4} &= -2a^2 X_4 \\ \frac{\partial g}{\partial X_1} &= -2a^2 X_2 & \frac{\partial g}{\partial X_2} &= 2a^2 X_1 & \frac{\partial g}{\partial X_3} &= 2a^2 X_4 & \frac{\partial g}{\partial X_4} &= 2a^2 X_3 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial T}{\partial X_1} = -4a^2 (f X_1 + g X_2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial X_2} = 4a^2 (f X_2 - g X_1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial X_3} = 4a^2 (f X_3 + g X_4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial X_4} = -4a^2 (f X_4 - g X_3)$$

où les expressions des dérivées partielles de  $\bar{\lambda}$

$$\frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial X_1} = a^2 X_1 (2p_1 - 4q_1 f) - 4a^2 q_1 g X_2$$

$$\frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial X_2} = a^2 X_2 (2p_1 + 4q_1 f) - 4a^2 q_1 g X_1$$

$$\frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial X_3} = a^2 X_3 (2p_1 + 4q_1 f) + 4a^2 q_1 g X_4$$

$$\frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial X_4} = a^2 X_4 (2p_1 - 4q_1 f) + 4a^2 q_1 g X_3$$

ce qui concerne  $\beta(x)$  on doit calculer

$$\text{Re}(\beta) = f \psi$$

$$\text{Im}(\beta) = g \psi$$

c

$$\psi(H, T) = A_4 (24 HT + 32 H^3) + A_5 (10 T^2 + 80 H^4 + 120 H^2 T)$$

$$\text{Calculons tout d'abord } p_2 = \frac{\partial \psi}{\partial H} \quad \text{et} \quad q_2 = \frac{\partial \psi}{\partial T}$$

$$p_2 = 24 A_4 (T + 4 H^2) + 80 A_5 (4 H^3 + 3 HT)$$

$$q_2 = 24 A_4 H + 20 A_5 (T + 6 H^2)$$



On en déduit, comme tout à l'heure pour  $\bar{\lambda}$ , les expressions des dérivées partielles de  $\psi$

$$\frac{\partial \psi}{\partial X_1} = a^2 X_1 (2 p_2 - 4 q_2 f) - 4 a^2 q_2 g X_2$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial X_2} = a^2 X_2 (2 p_2 + 4 q_2 f) - 4 a^2 q_2 g X_1$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial X_3} = a^2 X_3 (2 p_2 + 4 q_2 f) + 4 a^2 q_2 g X_4$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial X_4} = a^2 X_4 (2 p_2 - 4 q_2 f) + 4 a^2 q_2 g X_3$$

Ces expressions vont nous permettre de calculer

$$\frac{\partial Pe(\beta)}{\partial X_i} = \psi \frac{\partial f}{\partial X_i} + f \frac{\partial \psi}{\partial X_i}$$

$$\frac{\partial In(\beta)}{\partial X_i} = \psi \frac{\partial g}{\partial X_i} + g \frac{\partial \psi}{\partial X_i}$$

En définitive, on déduit de tout ceci le calcul des  $\frac{\partial \phi}{\partial X_i}$

$$\frac{\partial \phi 1}{\partial X_i} = \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial X_i} + \psi \frac{\partial f}{\partial X_i} + f \frac{\partial \psi}{\partial X_i}$$

$$\frac{\partial \phi 2}{\partial X_i} = \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial X_i} - \psi \frac{\partial f}{\partial X_i} - f \frac{\partial \psi}{\partial X_i}$$

$$\frac{\partial \phi 3}{\partial X_i} = \psi \frac{\partial g}{\partial X_i} + g \frac{\partial \psi}{\partial X_i}$$

Nous possédons ainsi tous les éléments nous permettant d'aborder le calcul numérique de la solution.

La séquence de calcul du paragraphe 2.4.d constitue le sous programme P E R M E.



### PARTIE III

Un cylindre en acier massif a été utilisé comme rotor d'une micromachine du laboratoire d'électrotechnique (Fig. 15).

Nous avons expérimenté la mise sous tension du moteur asynchrone ainsi constitué, mise sous tension, que nous avons par ailleurs calculée par la méthode précédente.

#### 3.1 - Expérimentation.

Nous avons choisi une méthode d'utilisation simple.

L'essai le plus simple est un essai de mise en vitesse, il peut être facilement effectué dans une usine puisqu'il ne nécessite qu'un appareil de prise de vitesse ; par contre, son interprétation nécessite l'emploi d'un ordinateur.

##### 3.1.a - Mise en vitesse et ralentissement.

La prise de vitesse est assurée par une dynamo Radio Energie fournissant 60 V à 1000 t/mn. La tension délivrée par cette dynamo est ensuite enregistrée sur un CIMATIC XY.

Un essai de mise en vitesse est suivi d'un essai de ralentissement et ce sont ces deux courbes que nous allons interpréter.

L'équation mécanique de fonctionnement de la machine est de la forme :

$$I \frac{dv}{dt} + f'v + B = \Gamma(v)$$

On tient compte ainsi à la fois d'un frottement visqueux et d'un frottement solide. L'ensemble de l'équation précédente étant divisé par  $f\Omega_0$  où  $\Omega_0$  est la vitesse limite correspondant au pallier.

L'équation est alors :

$$\tau \frac{dv}{dt} + v + \beta = \Gamma(v)/f\Omega_0$$

$$\tau \frac{dv}{dt} + v + \beta = \tau \Gamma(v)/f\Omega_0$$

Désignant la vitesse réduite  $\Omega / \Omega_0$  qu'est ainsi comprise entre 0



### Essais de ralentissement :

v vérifie :  $\tau \frac{dv}{dt} + v + \beta = 0$

La solution de cette équation est  $v = \alpha e^{-\frac{t}{\tau}} - \beta$  et l'identification de cette solution avec l'essai de ralentissement nous permet de déduire  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\tau$

L'écart quadratique minimum obtenu a été dans notre cas particulier de l'ordre de  $6.10^{-2}$ .

### Essais de mise en vitesse.

$\tau$  et  $\beta$  étant connus, on déduit alors de l'essai de mise en vitesse la valeur de  $\Gamma(v)/f\Omega_0 = \tau \frac{dv}{dt} + v + \beta$

$v$  et  $\frac{dv}{dt}$  sont obtenus à partir d'un lissage de la courbe de mise en vitesse.

La connaissance de l'inertie suffit alors pour déterminer  $\Gamma(\theta)$

#### 3.1.b- Analyse numérique de la méthode.

##### Identification de l'essai de ralentissement.

Soit  $f(t) = \alpha e^{-\frac{t}{\tau}} - \beta$

Il faut minimaliser la valeur de  $S = \sum_{i=1}^N [f_i - f(t_i)]^2$ .

Pour cela on choisit  $N$  points espacés de  $\Delta t$  secondes et  $t_i = (i - 1) \Delta t$ .

On va résoudre le système

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial \tau} = 0$$



qui s'écrit :

$$\alpha \sum_{i=1}^N e^{\frac{2t_i}{\tau}} - \beta \sum_{i=1}^N e^{-\frac{t_i}{\tau}} = \sum_{i=1}^N f_i e^{-\frac{t_i}{\tau}}$$

$$\alpha \sum_{i=1}^N e^{-\frac{t_i}{\tau}} - \beta N = \sum_{i=1}^N f_i$$

$$\alpha \sum_{i=1}^N t_i e^{-\frac{2t_i}{\tau}} - \beta \sum_{i=1}^N t_i e^{-\frac{t_i}{\tau}} = \sum_{i=1}^N f_i t_i e^{-\frac{t_i}{\tau}}$$

Ce système doit être résolu en  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\tau$ . Il est linéaire en  $\alpha$  et  $\beta$ , la dernière équation apparaît donc comme une équation en  $\tau$  qu'il est possible de résoudre par une méthode de Newton.

#### Lissage de la courbe de mise en vitesse.

C'est la dérivée de la vitesse qui intervient dans la détermination du couple, et nous devons donc lisser les résultats expérimentaux, afin de se débarrasser notamment de la force électromotrice de la commutation de la dynamo tachymétrique.

Les valeurs lissées au point M s'obtiennent en déterminant la parabole qui passe au mieux entre les points M-2, M-1, M, M+1 et M+2

$$\text{Il faut minimaliser } S = \sum (ax^2 + bx + c - f(i))^2$$

Les dérivations par rapport à a, b, c nous fournissent

$$a \sum x^4 + b \sum x^3 + c \sum x^2 = \sum f(i) \cdot x^2$$

$$a \sum x^3 + b \sum x^2 + c \sum x = \sum f(i) \cdot x$$

$$a \sum x^2 + b \sum x + c \sum 5 = \sum f(i)$$

Les sommes des monômes de degrés impairs sont nulles et avec



$$S_1 = F (M + 1) + F (M - 1)$$

$$S_2 = F (M + 2) + F (M - 2)$$

$$D_1 = F (M + 1) - F (M - 1)$$

$$D_2 = F (M + 2) - F (M - 2)$$

On obtient :

$$b = (D_1 + 2D_2)/10$$

qui est la dérivée lissée au point M

et

$$c = (2,4 S_1 - 0,6 S_2 + 3,4 F (M))/7$$

qui est la fonction "lissée" au point M

La détermination de a est inutile, sauf aux extrémités de l'intervalle où les valeurs lissées sont obtenues par extrapolation.

L'ensemble de la méthode de détermination de  $\Gamma (\Omega)$  constitue le programme TEST dont on trouvera le listing ci-dessous :

### 3.1.c - Essais de la machine.

L'inertie de notre machine est calculée en annexe. Cette inertie est introduite dans le programme TEST et permet d'obtenir le couple. Les résultats sont fournis par l'ordinateur ci-dessous et on a tracé la courbe  $\Gamma (\Omega)$  (Fig. 10).

De plus un enregistrement photographique du courant a été effectué lors du démarrage (Fig. 11), on en déduit la courbe  $I (\Omega)$  (Fig. 12).



```

JOB
FOR
PROCESS PROGRAM
ENDED PRECISION
WORD INTEGERS
T SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE LISS(F,P,DP,NA)

```

OUS-PROGRAMME DE LISSAGE EN CINQ POINTS

```

DIMENSION F(1),P(1),DP(1)
N1=NA-2
DO30 M=3,N1
S1=F(M-1)+F(M+1)
S2=F(M-2)+F(M+2)
D1=F(M+1)-F(M-1)
D2=F(M+2)-F(M-2)
P(M)=(3.4*F(M)+2.4*S1-0.6*S2)/7.
0 DP(M)=0.1*D1+0.2*D2
A1=(-2.*F(3)-(F(2)+F(4))+2.*(F(1)+F(5)))/14.
A2=(-2.*F(N1)-(F(N1-1)+F(N1+1))+2.*(F(N1-2)+F(NA)))/14.
DO31 M=1,2
XM=M
I=3-M
J=N1+M
P(I)=A1*XM*XM-DP(3)*XM+P(3)
P(J)=A2*XM*XM+DP(N1)*XM+P(N1)
DP(I)=-2.*A1*XM+DP(3)
31 DP(J)=2.*A2*XM+DP(N1)
RETURN
END

```



FUNCTION COMPLETED

FOR TEST

PROCESS PROGRAM

ENDED PRECISION

WORD INTEGERS

5(CARD,TYPEWRITER,DISK)

T SOURCE PROGRAM

DIMENSION OM(5,20),V(100),A(2,2),B(2),C(2),F(100),

1Y(101),OM2(5,20),V2(100),

2P2(100),Q2(100),C2(100)

TO=200.

COEF1=0.178

COEFD=31.416/18.

LECTURE DES VITESSES

READ(2,150) ND,NM

5 FORMAT(I3)

XD=ND

J1=ND/20

J2=NМ/20

1 J1=J1+1

1 J2=J2+1

J11=ND-20\*J1

J12=NМ-20\*J2-1

DO 1 I=1,J1

1 READ(2,100)(OM(I,J),J=1,20)

READ(2,100)(OM(IJ1,J),J=1,J11)

DO 5 I=1,J2

5 READ(2,100)(OM2(I,J),J=1,20)

READ(2,100)(OM2(IJ2,J),J=1,J12)

0 FORMAT(20F4.0)

OMO=OM(1,1)

OM1=OM2(J2+1,J12)

DO 2 I=1,J1

DO 2 J=1,20

M=20\*(I-1)+J

2 V(M)=OM(I,J)/OMO

DO 3 J=1,J11

M=20\*J1+J

5 V(M)=OM(J1+1,J)/OMO

V2(1)=0.

DO 21 I=1,J2

DO 21 J=1,20

M=20\*(I-1)+J+1

1 V2(M)=OM2(I,J)/OM1

DO 22 J=1,J12

M=J+20\*J2+1

2 V2(M)=OM2(J2+1,J)/OM1



# C CALCUL DE ALPHA, BETA ET TO

```

K3=0
L1=0
K2=-1
FTO=0.
45 AY2=-2./TO*XD
Y2=EXP(AY2)
T1=FTO
Y(1)=1.
ND1=ND+1
DO 4 M=2,ND1
  TM=M-1
  X=-TM/TO
4 Y(M)=EXP(X)
  A(1,1)=(1.-Y2)/(1.-Y(3))
  A(1,2)=(1.-Y(ND+1))/(1.-Y(2))
  A(2,1)=A(1,2)
  A(2,2)=ND
  B(1)=0
  B(2)=0
  DO 20 M=1,ND
    B(1)=B(1)+V(M)*Y(M)
20 B(2)=B(2)+V(M)
  DELT=A(2,1)*A(2,1)-A(1,1)*A(2,2)
  ALPH=(B(2)*A(1,2)-A(2,2)*B(1))/DELT
  BETA=(B(2)*A(1,1)-A(2,1)*B(1))/DELT
  C(1)=0
  ND2=ND-1
  DO 40 M=1,ND2
    AM=M
    X=-2.*AM/TO
    YX=EXP(X)
40 C(1)=C(1)+YX*AM
    C(2)=0
    DO 41 M=2,ND
      AM=M-1
41 C(2)=C(2)+Y(M)*AM
    CV=0
    DO 43 M=2,ND
      AM=M-1
43 CV=CV+Y(M)*V(M)*AM
  FTO=ALPH*C(1)-BETA*C(2)-CV

```



```

(K3)91,91,44
(FTO)92,44,94
(K2)93,95,95
=K1+1
=TO+10.
TO45
(K2)96,97,97
=TO-11.
=K2+1
=TO+1.
TO45
=TO-FTO/(FTO-T1)
=K3+1
TO45
TE(1,102)TO
RMAT(4H TO=,F8.4)
TE(1,161)
RMAT(29H ALPHA BETA)
TE(1,104)ALPH,BETA
RMAT(2(E15.5,3X)//)

GO M=1,ND
)=V(M)-ALPH*Y(M)+BETA
+F(M)*F(M)
/XD
ART=SQRT(E)
TE(1,110)ECART
RMAT('ECART=',E15.5//)
=TO*20.
EFC=OM1*COEFI*COEFD*3.5/TO
EFS=OM1/257.14
L LISS(V2,P2,Q2,NM)

DU COUPLE

23 M=1,NM
M)=TO*Q2(M)+P2(M)+BETA
M)=C2(M)*COEFC
24 M=1,NM
M)=P2(M)*COEFS
TE(1,160)
RMAT(34H VITESSE COUPLE)
TE(1,140)(P2(M),C2(M),M=1,NM)
RMAT(2(E18.5))
L EXIT
)

```



EST LD XQ

8.5671

ALPHA

10834E 01

DETA

0.37583E 01

0.62608E-01

VITESSE

COUPLE

|             |             |
|-------------|-------------|
| 0.12598E-03 | 0.10357E 01 |
| 0.36190E-01 | 0.11248E 01 |
| 0.76025E-01 | 0.11130E 01 |
| 0.12259E 00 | 0.32454E 01 |
| 0.16523E 00 | 0.32403E 01 |
| 0.20746E 00 | 0.11106E 01 |
| 0.24809E 00 | 0.11199E 01 |
| 0.29079E 00 | 0.12403E 01 |
| 0.33109E 00 | 0.11696E 01 |
| 0.37280E 00 | 0.11544E 01 |
| 0.41111E 00 | 0.11737E 01 |
| 0.45047E 00 | 0.10930E 01 |
| 0.48746E 00 | 0.11778E 01 |
| 0.52412E 00 | 0.10470E 01 |
| 0.53968E 00 | 0.10153E 01 |
| 0.59402E 00 | 0.10110E 01 |
| 0.62777E 00 | 0.97030E 01 |
| 0.66158E 00 | 0.96954E 01 |
| 0.69349E 00 | 0.89322E 01 |
| 0.72269E 00 | 0.84637E 01 |
| 0.75000E 00 | 0.81005E 01 |
| 0.77825E 00 | 0.78923E 01 |
| 0.80460E 00 | 0.73486E 01 |
| 0.82873E 00 | 0.66141E 01 |
| 0.84857E 00 | 0.61498E 01 |
| 0.86384E 00 | 0.59303E 01 |
| 0.88603E 00 | 0.50058E 01 |
| 0.90238E 00 | 0.46012E 01 |
| 0.91523E 00 | 0.39810E 01 |
| 0.92825E 00 | 0.38268E 01 |
| 0.93936E 00 | 0.32065E 01 |
| 0.94904E 00 | 0.27413E 01 |
| 0.95603E 00 | 0.22759E 01 |
| 0.96111E 00 | 0.19657E 01 |
| 0.96714E 00 | 0.16156E 01 |
| 0.97079E 00 | 0.15066E 01 |
| 0.97612E 00 | 0.11902E 01 |
| 0.97587E 00 | 0.11903E 01 |
| 0.97968E 00 | 0.11907E 01 |
| 0.98190E 00 | 0.82024E 00 |
| 0.98333E 00 | 0.10357E 01 |
| 0.98476E 00 | 0.88049E 00 |
| 0.98746E 00 | 0.88073E 00 |
| 0.98873E 00 | 0.65893E 00 |
| 0.98920E 00 | 0.43707E 00 |

DY READER



### 3 - Calcul du démarrage.

Le processus de calcul de la partie II a été présenté par unité de longueur, pour une machine de longueur infini.

✓ Nous allons l'adapter ici à notre modèle de longueur réduite.

#### 3.2.a - Trajet des courants induits. .....

Le court circuit à chaque extrémité de la machine n'étant pas parfait, les lignes de courant s'infléchissent et les courants se referment avant d'atteindre les extrémités de la machine (Fig.1.b).

Dans un repère lié au champ tournant, où les lignes de courants sont fixes, on peut considérer que chaque ligne de courant se referme suivant un circuit sensiblement rectangulaire, sur la machine développée.

On peut estimer que la longueur moyenne de ces rectangles est  $L_r$  :  $L_r$  s'obtient à partir de la longueur varie en introduisant un coefficient de réduction désigné par REDUC dans le programme.

#### 3.2.b - Majoration de résistivité. .....

La longueur limitée du rotor va introduire une majoration de la résistivité, par unité de longueur de la partie centrale. Pour chaque maille rectangulaire élémentaire cette majoration dépend de la largeur  $l$  de la maille ; pour l'ensemble de ces mailles, elle dépend de la longueur

r.  
Précisons tout ceci :



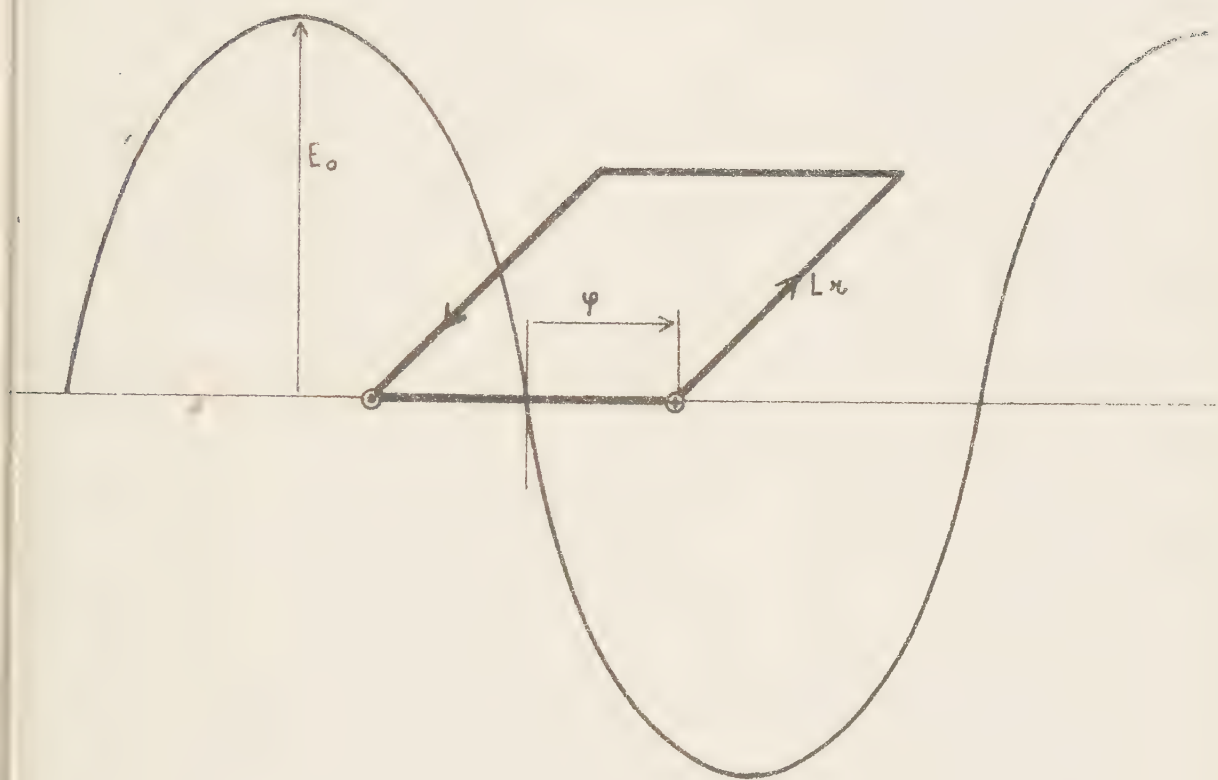


Figure . 8 —



Dans l'équation  $\text{div} \left( \frac{1}{\mu} \text{grad } A \right) = \sigma \frac{\partial A}{\partial t}$ , il faut calculer le premier harmonique de  $\sigma \frac{\partial A}{\partial t}$ . Si on se place dans l'espace lié au champ pénétrant, on peut écrire le champ au niveau de pénétration considéré.

$$- \frac{\partial A}{\partial t} = E_0 \sin \theta$$

Les lignes de courant se referment alors suivant la figure de p. à embrasser le flux minimum, la résistivité peut alors s'écrire en fonction de l'angle  $\phi$ , ici pour une machine à deux pôles (figure 9).

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{R}{L_r} \cdot \phi \right)$$

$\rho_0$  est la résistivité de l'acier à la température considérée.

Le premier harmonique de  $\sigma \frac{\partial A}{\partial t}$ , peut être alors obtenu en multipliant le premier harmonique de  $\frac{\partial A}{\partial t}$  par la conductivité pondérée.

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \theta d\theta}{1 + \frac{R}{L_r} \theta}$$

.  $\sigma$  dépend ainsi du coefficient de réduction choisi.

. Notons que pour une machine infiniment longue,  $\frac{R}{L_r} \rightarrow 0$  et  $\sigma \rightarrow \sigma_0$  comme on devait s'y attendre.

### 3.2. c - Majoration d'impédance.

Par suite de la limitation du rotor une partie seulement de la tension  $V - rI - j x_f I$ , disponible au niveau du rotor va être utilisée pour faire circuler les courants sur la longueur  $L_r$ .

Ceci va donc se traduire par une majoration du flux  $\Phi$  sur la longueur  $L_r$ . Diverses études ont porté sur la question (3-2).



On peut approcher le phénomène comme dans la référence 2, en effectuant un développement en série de Fourier d'une tension en créneaux (alternativement + V et - V) appliquée à un rotor de longueur infinie.

On a toujours  $V - r I - j x_f I = j\omega \psi$  mais  $\psi$  s'obtient à partir du flux calculé sur la partie rectiligne  $L_r$  en introduisant le coefficient d'augmentation de flux appelé CFLUX dans le programme.

Ce coefficient a été choisi en accord avec la référence 3.

#### 3.2.d - Programme. .....

L'ensemble du calcul du démarrage constitue le programme PCLMA dont on trouve ci-dessous le listing



```

ESS PROGRAM
0 INTEGERS
0 PRECISION
ROUTINE PERME(X,Y,SG)
DIMENSION X(4),Y(5)
COMMON A,A0,A5,XK,A4,XXX
= X(1)*A
= X(2)*A
= X(3)*A
= X(4)*A
(X3-X1)*(X3+X1)+(X2-X4)*(X2+X4)
2.*(X3*X4-X1*X2)
X3*X3+X4*X4+X1*X1+X2*X2
= F**2
= T**2
= H**2
= H**3
= H**4
= H**5
= 0.*T2+16.*H4+40.*H2*T
H5=160.*H3*T+60.*H*T2+32.*H5
H1=A0+A4*CA4+A5*CA5
=10.*A5*(T2+8.*H4+12.*H2*T)+6.*A4*(5.*H*T+4.*H3)
H3=G*PSI
A5*(400.*H2*T+60.*T2+160.*H4)+A4*32.*(2.*H3+5.*H*T)
A5*(160.*H3+120.*H*T)+12.*A4*(T+4.*H2)
10.*A5*(32.*H3+24.*H*T)+24.*A4*(T+4.*H2)
10.*A5*(2.*T+12.*H2)+24.*A4*H
1=RUH1+F*PSI
2=RUH1-F*PSI
1=X1*(2.*P1-4.*Q1*F)-4.*Q1*C*X2
2=X2*(2.*P1+4.*Q1*F)-4.*Q1*C*X1
3=X3*(2.*P1+4.*Q1*F)+4.*Q1*C*X4
4=X4*(2.*P1-4.*Q1*F)+4.*Q1*C*X3
1=X1*(2.*P2-4.*Q2*F)-4.*Q2*C*X2
2=X2*(2.*P2+4.*Q2*F)-4.*Q2*C*X1
3=X3*(2.*P2+4.*Q2*F)+4.*Q2*C*X4
4=X4*(2.*P2-4.*Q2*F)+4.*Q2*C*X3
X1=DRX1-PSI*2.*X1+F*DPX1
X2=DRX2+PSI*2.*X2+F*DPX2
X3=DRX3+PSI*2.*X3+F*DPX3
X4=DRX4-PSI*2.*X4+F*DPX4
X1=DRX1+PSI*2.*X1-F*DPX1
X2=DRX2-PSI*2.*X2-F*DPX2
X3=DRX3-PSI*2.*X3-F*DPX3
X4=DRX4+PSI*2.*X4-F*DPX4
X1=G*DPX1-PSI*2.*X2
X2=G*DPX2-PSI*2.*X1
X3=G*DPX3+PSI*2.*X4
X4=G*DPX4+PSI*2.*X3
PHI1=X3*DF1X3+X4*DF3X3
PHI3=X3*DF1X4+X4*DF3X4
PHI3=X4*DF2X3+X3*DF3X3
PHI2=X4*DF2X4+X3*DF3X4
DF1X1=X3*DF1X2*X4
DF2X1=X3*DF2X2*X4
DF3X1=X3*DF3X2*X4
PHI2=X1-XK*X2*SG-PHI3*X2-X3*CO1-X4*CO3
PHI1=X2+XK*X1*SG-PHI3*X1-X4*CO2-X3*CO3
=(C33*C44-C34*C43)*A
=(C44*C33-C34*C44)/DET
=(C33*C44-C43*C33)/DET
=PHI1
=PHI2
=PHI3
PHI

```



```

/ FOR DDSIG
ONPROCESS PROGRAM
1ST SOURCE PROGRAM
THE WORD INTEGERS
XTENDED PRECISION
FUNCTION DDSIG(PHI)
COMMON /,A0,A5,XK,A4,XXX
DDSIG=SIN(PHI)+SIN(PHI)/(1.+(XX*PHI))
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED  
 ONPROCESS  
 THE WORD INTEGERS  
 XTENDED PRECISION

REQUIREMENTS FOR DDSIG  
 COMMON 18 INSKEL COMMON 0 VARIABLES 10 PROGRAM 30

ID OF COMPILATION

```

SIG
P FUNCTION COMPLETED
/ FOR POLMA
THE WORD INTEGERS
XTENDED PRECISION
1ST SOURCE PROGRAM
ONPROCESS PROGRAM
OCS(CARD,TYPEWRITER,DISK)
EXTERNAL DDSIG
DIMENSION X(4),Y(5),Z(4,6),SO(2),HO(2),ADR(20),ADI(20),
1ADMIT(20),GIW(20),GID(20),COURT(20),GAMMA(20)
COMMON /A,A0,A5,XK,A4,XXX
RAYON=0.105
XLONG=0.115

```

```

000 FORMAT(' PROFONDEUR OU',28X,'COURANT COURANT PARTIE IMAGINAIRE
1RE PARTIE REELLE')
WRITE(1,1001)
001 FORMAT('L INDUCTION EST B0 GLISSEMENT COURANT MATTE DEVA
ITTE DE L ADMITTANCE DE L ADMITTANCE COUPLE',///)

```



## CALCUL DE LA CONDUCTIVITE

```
XLONG=XLONG*REDUC
XXX=RAYON/XLONG
AAA=0.
BBB=3.14159/2.
NNN=31
RESIG=(4./3.14159)*TCHLN(DDSIG,AAA,BBB,NNN)
SIGMA=5.325E+06
SIGMA=SIGMA*RESIG
```

## AUTRES DONNEES ET CALCULS AUXILIAIRES

```
OMEGA=314.16
A0=9.16631E-04
A4=0.15818E-04
A5=0.08470E-04
EPS=0.605E-03
FDIS=14.*8.4686/3.141592
N=75
PI=3.1416
PERO=4.*PI*1.0E-07
A=2./RAYON
XK=PERO*SIGMA*OMEGA/A**2
B08=B0**8
B010=B0**10
XLAM0=A0+0.246094*A5*B010+0.2734375*A4*B08
CDEL=2.*XLAM0/XK
CDELT=SQRT(CDEL)
EA=EPS*A
CX0=B0/(2.828*A)
```

## COEFFICIENTS DE LA CONDITION A LA LIMITE

```
XLONG=XLONG*CFLUX
COEF1=FDIS*OMEGA*PI*XLONG*2.
COEF=2./(3.*FDIS*PERO)
COEF2=COEF*RES
COEF3=COEF*REA
CHEA=1.+EA**2/2.
SHEA=EA*(1.+EA**2/6.)
CX=OMEGA*PI*PERO*FDIS**2*XLONG*3.
CY=1./CX
```



# INITIALISATION DES CALCULS

```

KS=1
SG=0.1
H=0.21E-02
DELTA=CDELTA/SQRT(SG)
X0=CX0*DELTA
SO(2)=0
HO(2)=0
KONT=0
18 D1X=H/DELTA
D2X=2.*D1X
CA1=COS(D1X)/EXP(D1X)
CA2=COS(D2X)/EXP(D2X)
CB1=SIN(D1X)/EXP(D1X)
CB2=SIN(D2X)/EXP(D2X)
Z(1,1)=X0*CA2
Z(1,2)=-X0*CB2
Z(1,3)=CX0*(CA2+CB2)
Z(1,4)=CX0*(CA2-CB2)
Z(2,1)=X0*CA1
Z(2,2)=-X0*CB1
Z(2,3)=CX0*(CA1+CB1)
Z(2,4)=CX0*(CA1-CB1)
Z(3,1)=X0
Z(3,2)=0.
Z(3,3)=CX0
Z(3,4)=CX0

```

## METHODE A PAS LIES

```

DO 10 I=1,3
DO 9 J=1,4
9 X(J)=Z(I,J)
CALL PERME(X,Y,SG)
Z(1,5)=Y(1)
10 Z(1,6)=Y(2)
DO 3 L=1,N
DO 1 I=1,4
J=I+2
Z(4,1)=Z(3,1)+(5.*Z(1,J)-16.*Z(2,J)+23.*Z(3,J))*H/12.
1 X(1)=Z(4,1)
CALL PERME(X,Y,SG)
Z(4,5)=Y(1)
Z(4,6)=Y(2)
DO 2 I=1,4
J=I+2
Z(4,1)=Z(3,1)+(Z(1,J)-5.*Z(2,J)+19.*Z(3,J)+9.*Z(4,J))*H/24.
2 X(1)=Z(4,1)
CALL PERME(X,Y,SG)
Z(4,5)=Y(1)
Z(4,6)=Y(2)
DO 3 J=1,6
Z(1,J)=Z(2,J)
Z(2,J)=Z(3,J)
3 Z(3,J)=Z(4,J)

```



$$\begin{aligned} & \text{1. } Y = Y(1) * A(1) + Y(2) * A(2) \\ & \text{2. } Y = Y(3) * A(3) + Y(4) * A(4) \\ & \text{3. } Y = Y(5) * A(5) + Y(6) * A(6) \\ & \text{4. } Y = Y(7) * A(7) + Y(8) * A(8) \\ & \text{5. } Y = Y(9) * A(9) + Y(10) * A(10) \\ & \text{6. } Y = Y(11) * A(11) + Y(12) * A(12) \\ & \text{7. } Y = Y(13) * A(13) + Y(14) * A(14) \\ & \text{8. } Y = Y(15) * A(15) + Y(16) * A(16) \\ & \text{9. } Y = Y(17) * A(17) + Y(18) * A(18) \\ & \text{10. } Y = Y(19) * A(19) + Y(20) * A(20) \\ & \text{11. } Y = Y(21) * A(21) + Y(22) * A(22) \\ & \text{12. } Y = Y(23) * A(23) + Y(24) * A(24) \\ & \text{13. } Y = Y(25) * A(25) + Y(26) * A(26) \\ & \text{14. } Y = Y(27) * A(27) + Y(28) * A(28) \\ & \text{15. } Y = Y(29) * A(29) + Y(30) * A(30) \\ & \text{16. } Y = Y(31) * A(31) + Y(32) * A(32) \\ & \text{17. } Y = Y(33) * A(33) + Y(34) * A(34) \\ & \text{18. } Y = Y(35) * A(35) + Y(36) * A(36) \\ & \text{19. } Y = Y(37) * A(37) + Y(38) * A(38) \\ & \text{20. } Y = Y(39) * A(39) + Y(40) * A(40) \\ & \text{21. } Y = Y(41) * A(41) + Y(42) * A(42) \\ & \text{22. } Y = Y(43) * A(43) + Y(44) * A(44) \\ & \text{23. } Y = Y(45) * A(45) + Y(46) * A(46) \\ & \text{24. } Y = Y(47) * A(47) + Y(48) * A(48) \\ & \text{25. } Y = Y(49) * A(49) + Y(50) * A(50) \\ & \text{26. } Y = Y(51) * A(51) + Y(52) * A(52) \\ & \text{27. } Y = Y(53) * A(53) + Y(54) * A(54) \\ & \text{28. } Y = Y(55) * A(55) + Y(56) * A(56) \\ & \text{29. } Y = Y(57) * A(57) + Y(58) * A(58) \\ & \text{30. } Y = Y(59) * A(59) + Y(60) * A(60) \\ & \text{31. } Y = Y(61) * A(61) + Y(62) * A(62) \\ & \text{32. } Y = Y(63) * A(63) + Y(64) * A(64) \\ & \text{33. } Y = Y(65) * A(65) + Y(66) * A(66) \\ & \text{34. } Y = Y(67) * A(67) + Y(68) * A(68) \\ & \text{35. } Y = Y(69) * A(69) + Y(70) * A(70) \\ & \text{36. } Y = Y(71) * A(71) + Y(72) * A(72) \\ & \text{37. } Y = Y(73) * A(73) + Y(74) * A(74) \\ & \text{38. } Y = Y(75) * A(75) + Y(76) * A(76) \\ & \text{39. } Y = Y(77) * A(77) + Y(78) * A(78) \\ & \text{40. } Y = Y(79) * A(79) + Y(80) * A(80) \\ & \text{41. } Y = Y(81) * A(81) + Y(82) * A(82) \\ & \text{42. } Y = Y(83) * A(83) + Y(84) * A(84) \\ & \text{43. } Y = Y(85) * A(85) + Y(86) * A(86) \\ & \text{44. } Y = Y(87) * A(87) + Y(88) * A(88) \\ & \text{45. } Y = Y(89) * A(89) + Y(90) * A(90) \\ & \text{46. } Y = Y(91) * A(91) + Y(92) * A(92) \\ & \text{47. } Y = Y(93) * A(93) + Y(94) * A(94) \\ & \text{48. } Y = Y(95) * A(95) + Y(96) * A(96) \\ & \text{49. } Y = Y(97) * A(97) + Y(98) * A(98) \\ & \text{50. } Y = Y(99) * A(99) + Y(100) * A(100) \end{aligned}$$
[illegible]



# II COUPLE, DE LA REACTANCE ET DES COURANTS

```

XDY**2+YDY**2
S)=CY*(YNY*XDY-YPY*XNY)/ROD2
S)=CY*(XHY*XDY+YNY*YDY)/ROD2
R(KS)**2+ADI(KS)**2
K(KS)=SQRT(Y2)
ADI(KS)
*ADR(KS)
+REA*ADR(KS)+RES*ADI(KS)
ES*ADR(KS)+REA*ADI(KS)
B3*B3+B4*B4
S)=(B1*B3+B2*B4)/DENO
S)=(B2*B3-B1*B4)/DENO
GIW(KS)**2+GID(KS)**2
K(KS)=SQRT(GI2)
K(KS)=-4.0E+07*XLONG*(YDY*XNY-XDY*YNY)
*H
K1,130)HB0,SG,COURT(KS),GIW(KS),GID(KS),ADI(KS),ADR(KS),
K(KS)
-10)31,32,32
+1
*1*KS
C=COELT/SQRT(SG)
*O*DELTA
O
C=0
O=0
18
OT(F5.1)
OT(F5.3)
OT('V=',F5.1,////)
OT(F18.3,F13.2,3(F10.3),F20.4,F17.6,F10.3)
OT('BO=',F4.2)
OT('REDUC=',F5.3)
OT('REACTANCE=',F5.3)
OT('EFFET D EXTREMITÉ=',F5.3)
EXIT

```



DUP FUNCTION COMPLETED  
 // JOB  
 // XEQ POLHA FX  
 B0=1.20  
 REACTANCE=4.200  
 REDUC=0.940  
 EFFET D EXTREMITÉ=1.350  
 V=110.0

PROFONDEUR OU  
 L INDUCTION EST 30

| CLISSEMENT | COURANT | COURANT<br>LIAITE | COURANT<br>DEVIATTE | PARTIE L'ACQUAIRE<br>DE L ADUITTANCE | PARTIE REFELLE<br>DE L ADUITTANCE | COUPLE |
|------------|---------|-------------------|---------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|--------|
| 0.10       | 4.304   | 2.263             | -3.660              | 0.0274                               | 0.0362                            | 4.666  |
| 0.20       | 6.304   | 3.548             | -5.210              | 0.0488                               | 0.0517                            | 7.223  |
| 0.30       | 7.885   | 4.403             | -6.541              | 0.0677                               | 0.0656                            | 9.028  |
| 0.40       | 9.133   | 4.980             | -7.655              | 0.0845                               | 0.0780                            | 10.161 |
| 0.50       | 10.159  | 5.389             | -8.612              | 0.0998                               | 0.0893                            | 10.947 |
| 0.60       | 11.021  | 5.684             | -9.442              | 0.1139                               | 0.0998                            | 11.502 |
| 0.70       | 11.759  | 5.901             | -10.171             | 0.1271                               | 0.1095                            | 11.898 |
| 0.80       | 12.400  | 6.061             | -10.817             | 0.1394                               | 0.1187                            | 12.180 |
| 0.89       | 12.963  | 6.180             | -11.395             | 0.1512                               | 0.1275                            | 12.580 |
| 1.00       | 13.463  | 6.268             | -11.915             | 0.1623                               | 0.1358                            | 12.518 |

N04 READY READER



DIAGRAMME DES COURANTS CALCULÉ





noire

DIAGRAMME D'ADMITTANCE  
CALCULÉ

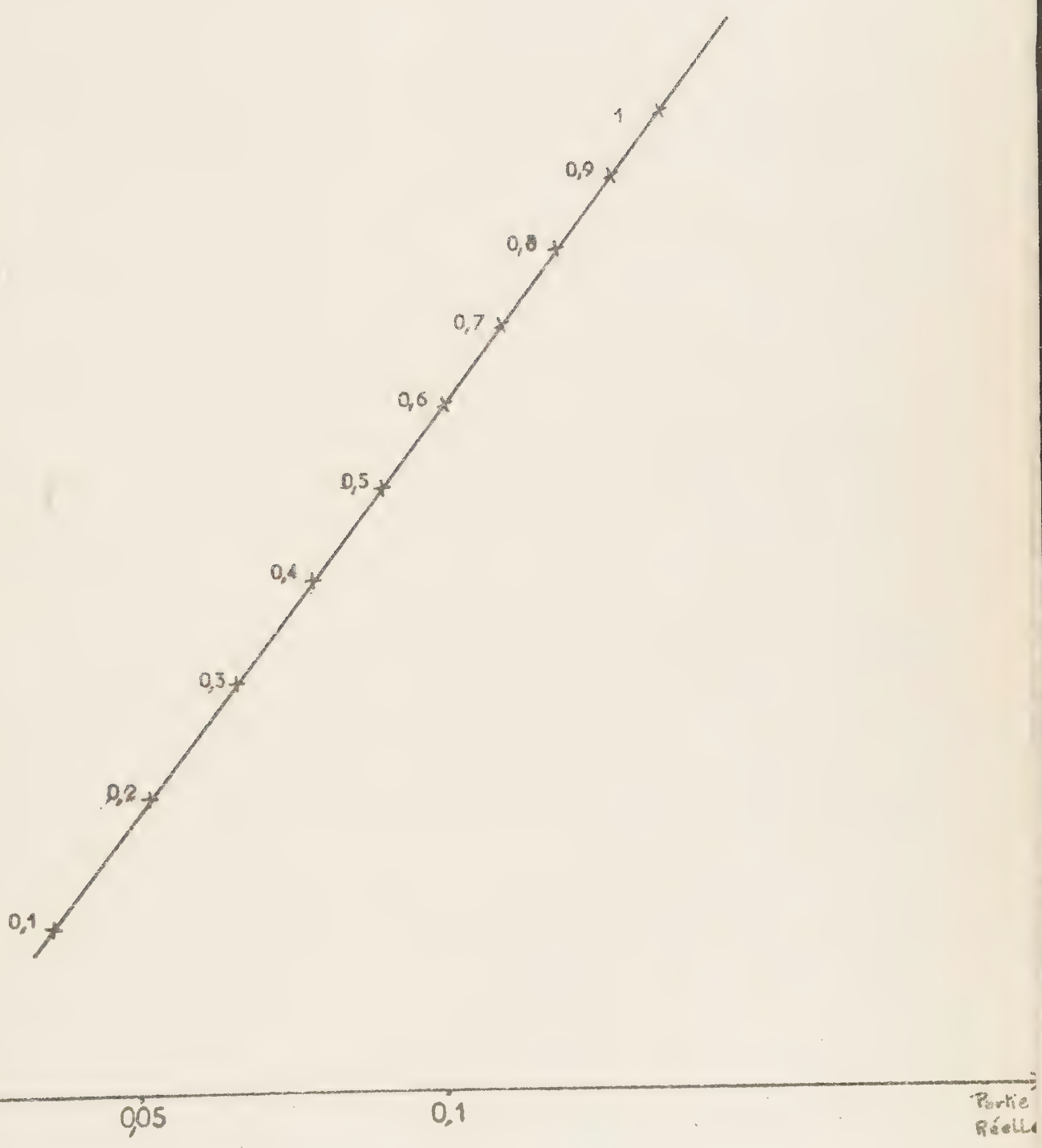


Figure - 9 -



### 3.3 - Validité de la méthode.

On a porté sur les figures 10 et 12 les résultats des calculs et des mesures. On peut conclure à leur concordance, surtout en ce qui concerne le calcul du couple.

Après estimation de la réactance de fuite (voir annexe ) un coefficient de réduction REDUC est choisi en concordance avec un coefficient CFLUX. Ce choix est délicat ; on a voulu approcher autant que possible la courbe expérimentale donnant le couple en fonction du glissement, ce choix est bien entendu arbitraire mais l'écart avec la courbe expérimentale d'enregistrement des courants permet alors de se faire une idée du degré de validité de la méthode.

L'analyse critique de cet écart, ne permet cependant pas d'infirmier le calcul par unité de longueur que nous avons proposé ici :

D'une part la mesure de la réactance de fuite, que l'on trouvera en annexe , est assez imprécise.

D'autre part les coefficients d'augmentation d'impédance et de réduction de longueur utile, ne peuvent être choisis avec sûreté qu'après une étude portant sur un grand nombre de machines de tailles différentes.

De plus la détermination de  $\Gamma(\Omega)$  à partir du programme TEST est encore sujette à caution . Ce programme devra dans un avenir proche être amélioré, de façon à tenir compte notamment de la réponse de l'enregistreur lui-même. A cet effet nous comptons utiliser les méthodes d'identification de paramètres telles que l'on pourra les trouver dans la référence (9).

Quoiqu'il en soit la concordance est suffisamment bonne pour estimer que le calcul par unité de longueur est correct.



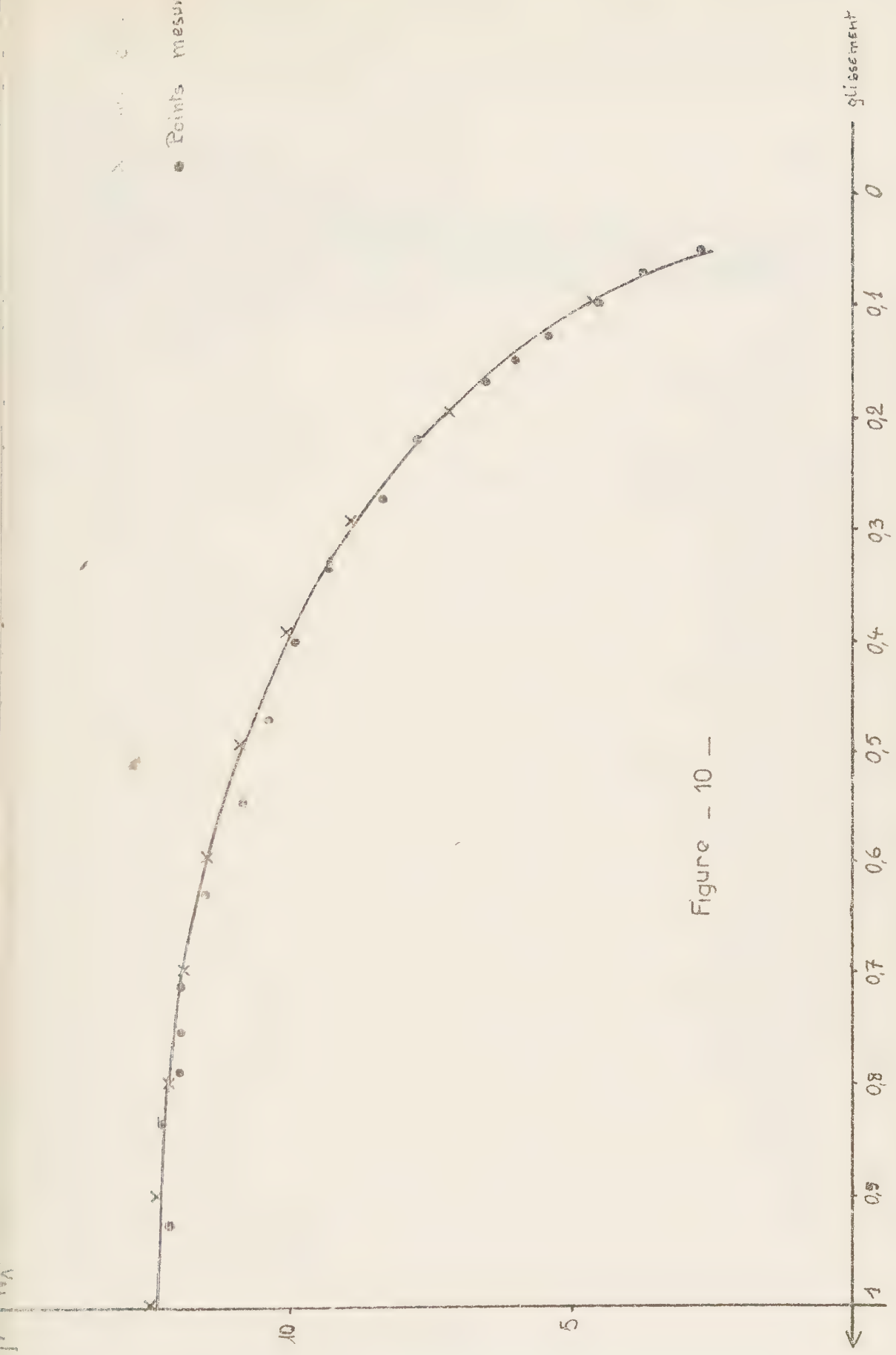


Figure - 10 -



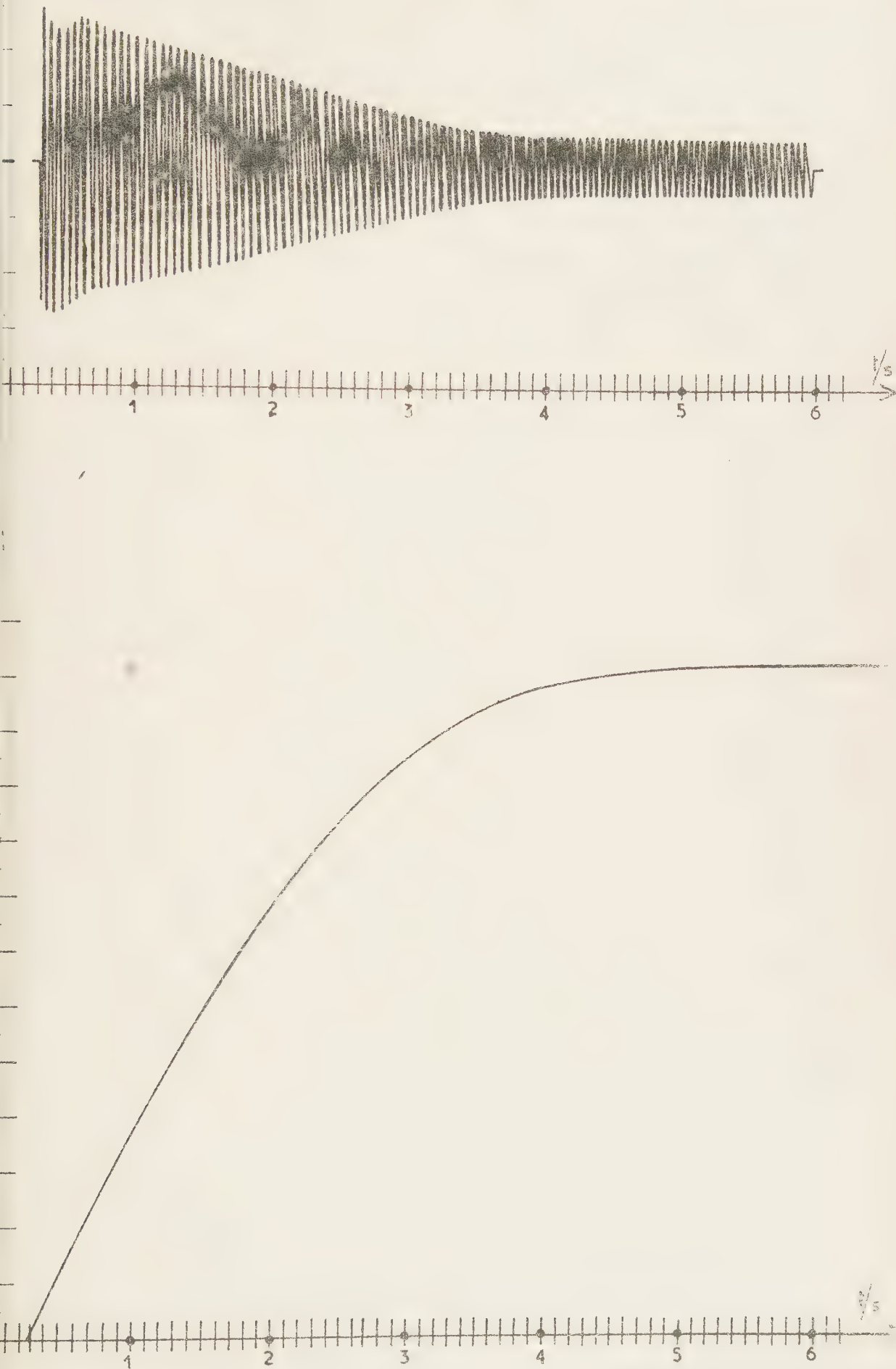


Figure - 11 -



# DÉMARRAGE = VARIATION DU COURANT

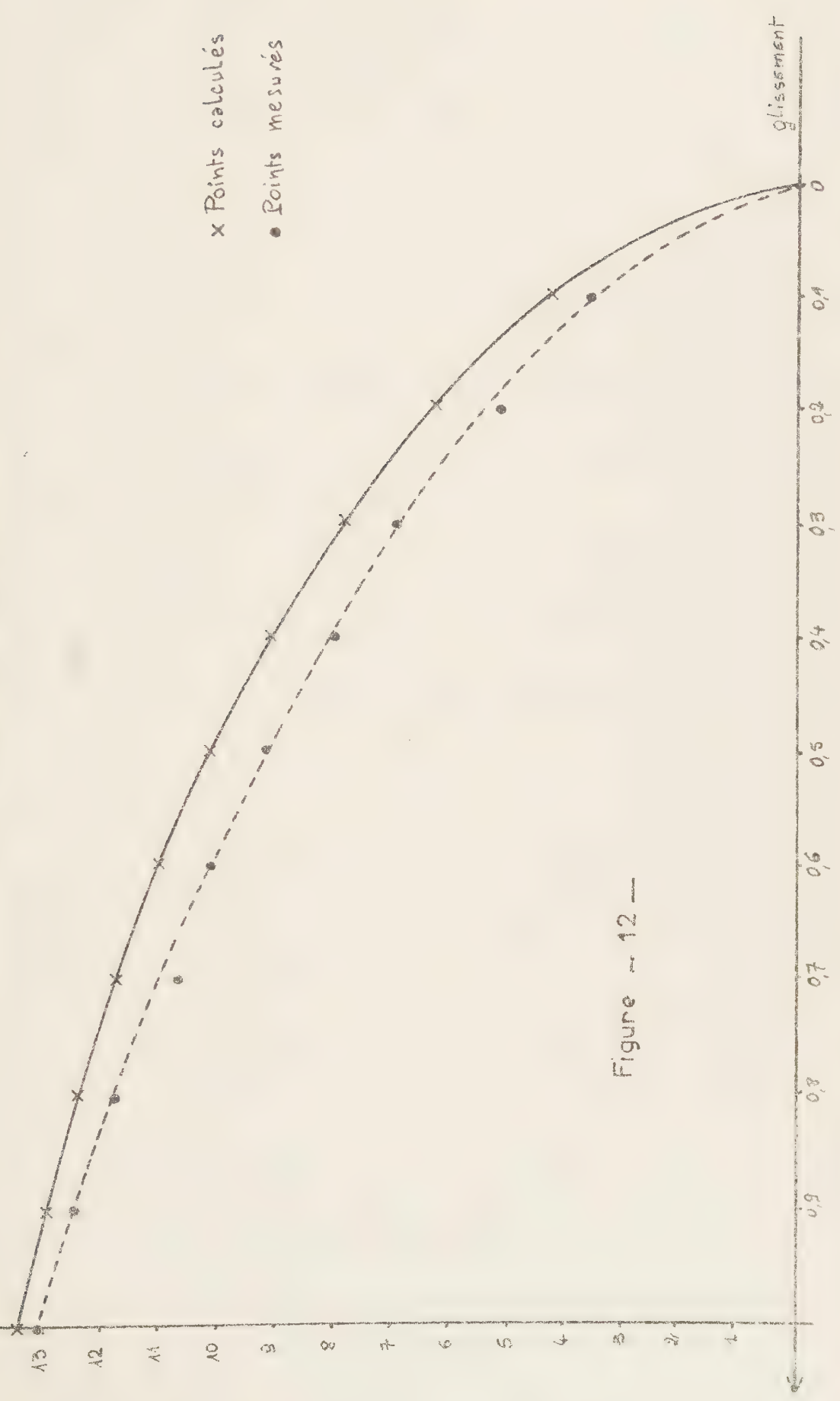


Figure ~ 12 ~



## PARTIE IV

Cette partie concerne l'exploitation systématique de la méthode que nous avons proposé :

### 4.1 - Calcul de l'impédance unitaire d'une machine à pôles lisses.

Sur les bases que nous avons présentées ici, nous avons exploité différemment le programme POLMA.

Nous nous sommes proposées de déterminer, la réactance et le couple par unité de longueur, en fonction du flux disponible par unité de longueur, au niveau de l'entrefer.

Pour une machine donnée ce flux est calculé à partir de

$$j\omega\psi = V - rI - jx_f I$$

Dans le programme PCLM2, dont on trouvera le listing ci-dessous, nous avons cherché à calculer la réactance unitaire, en fonction du glissement et de la partie de la tension  $j\omega\psi$ , disponible par unité de longueur au niveau du stator, soit  $V_g$ .

Dans ce programme  $g$  est fixé. Nous remontons toujours vers la surface du rotor, en partant du niveau où l'induction maximale est  $B_m$ .

Mais, ici, divers pas d'intégration sont fixés à l'avance, et les diverses valeurs de  $\alpha$  à la surface du rotor nous permettent de calculer alors, pour chaque pas d'intégration la tension  $V_g$ .

Ce programme est donc l'exploitation plus rapide que la précédent puisqu'il ne présente pas d'itération.



#### 4.2 - Expression algébrique de l'admittance.

Pour le calcul industriel des machines à pôles massifs, il est souhaitable de posséder une expression analytique  $Y(g, V_s)$  nous fournissent l'unité de longueur, l'admittance de la partie fer de la machine.

Pour diverses valeurs du glissement, nous avons porté sur graphique la partie réelle et la partie imaginaire de l'admittance en fonction de  $V_s$ . Les points obtenus sont sensiblement alignés, du moins pour des valeurs suffisantes de  $V_s$ .

On peut donc écrire

$$\text{Réel } (Y) = \alpha_R + \beta_R V$$

$$\text{Im } (Y) = \alpha_I + \beta_I V$$

Nous avons donc placé, dans le programme POLM2, le calcul de  $\alpha$  et des  $\beta$ , et nous obtenons pour divers glissements les  $\alpha$  et les  $\beta$  comme fonctions de  $g$ .

Les calculs ont été faits pour dix glissement entre 0,1 et 1 et les valeurs des  $\alpha$  et  $\beta$  ont été portées sur les figures 13 et 14 en fonction de  $g$ .

Les fonctions obtenues sont sensiblement des fonctions linéaires de  $g$ , en toute première approximation toutefois en ce qui concerne  $\beta_I(g)$

Avec les paramètres de notre étude, on peut donc proposer pour l'approximation de l'admittance, les formules suivantes :

$$\text{Re } (Y) = a_R + b_R g + c_R g V_s$$

$$\text{Im } (Y) = a_I + b_I g + c_I g V_s$$

$$a_R = 0,325 \cdot 10^{-2} \quad b_R = 0,22 \cdot 10^{-2} \quad c_R = 0,325 \cdot 10^{-4}$$

$$a_I = 0,05 \cdot 10^{-2} \quad b_I = 0,36 \cdot 10^{-2} \quad c_I = 0,445 \cdot 10^{-4}$$



Cette approximation est intermédiaire entre l'approximation à  $p$  constant, qui est indépendante de  $V_s$ , et l'approximation à induction constante de la référence 6 qui elle est proportionnelle à  $V$ .

Le couple étant sensiblement  $V_s^2 \text{Im}(Y)$ , la variation du couple en fonction de la tension est donc intermédiaire entre  $V_s^2$  et  $V_s^3$  comme cela est connu pour ce type de machine.

L'approximation que nous avons utilisée ici pour les  $\alpha(g)$  et  $\beta(g)$  est susceptible d'être adaptée, pour  $\beta_j(g)$  notamment une approximation de la forme  $b'_I g + b''_I \sqrt{g + h}$  serait préférable, nous avons jugé inutile pour une étude particulière, à paramètres imposés, de rechercher cette approximation.



KAL DDSIG  
LION X(4), Y(5), Z(4,6), ADR(20), ADI(20), VS(20),  
20), FIW(20), FID(20), COUR1(20), GAMMA(20)  
A, A0, A5, XK, A4, XXX  
2,103)SG  
2,132)REDUC  
1,104)SG

=0.105  
605E-03

LA CONDUCTIVITE

=0.115  
X=XLONG\*REDUC  
RAYON/XLONG

14159/2.

=(4./3.14159)\*TCHIN(DDSIG,AAA,BBB,NNN)  
=5.325E+06  
=SIGMA\*RESIG  
1,111)SIGMA

ALCUL DE LA CONDUCTIVITE,  
DES CALCULS SE FAIT PAR UNITE DE LONGUEUR

=314.16  
16631E-04  
15818E-04  
08470E-04  
14.\*8.4686/3.141592

1416  
4.\*PI\*1.0E-07  
RAYON  
RO\*SIGMA\*OMEGA/A\*\*2

(1,123)B0  
(1,1000)  
T(' PROFONDEUR OU',28X,'COURANT COURANT PARTIE IMAGINAI  
PARTIE REELLE')

(1,1001)  
T('L INDUCTION EST B0 TENSION VS COURANT WATTE DEWA  
DE L ADMITTANCE DE L ADMITTANCE COUPLE',///)

0\*\*8  
B0\*\*10  
=A0+0.246024\*A5\*B010+0.2734375\*A4\*B08  
2.\*XLAMO/XK  
=SQRT(CDEL)

S\*A  
0/(2.828\*A)  
=FDIS\*OMEGA\*PI\*2.  
1.+EA\*\*2/2.  
EA\*(1.+EA\*\*2/6.)  
EGA\*PI\*PERO\*FDIS\*\*2\*3  
/CX

=CDEL/SQRT(SG)  
0\*DELTA







```

VS(KS)=V
ROD2=XDY**2+YDY**2
AD1(KS)=CY*(YHY*XDY-YDY*XHY)/ROD2
ADR(KS)=CY*(XHY*XDY+YHY*YDY)/ROD2
Y2=ADR(KS)**2+AD1(KS)**2
ADMIT(KS)=SQRT(Y2)
FIU(KS)=V*AD1(KS)
FID(KS)=-V*ADR(KS)
COUR1(KS)=V*ADMIT(KS)
GAMMA(KS)=-4.6E+07*(YDY*XHY-XDY*YHY)
WRITE(1,130)HB0,V,COUR1(KS),FIU(KS),FID(KS),AD1(KS),ADR(KS),
GAMMA(KS)
IF(KS-20)31,32,32
KS=KS+1
GO TO 14

```

#### PROXIMATION LINEAIRE DES RESULTATS

```

DO 80 I=5,20
UUI=UUI+AD1(I)
UUR=UUR+ADR(I)
UUIV=UUIV+AD1(I)*VS(I)
UURV=UURV+ADR(I)*VS(I)
VV1=VV1+VS(I)
VV2=VV2+VS(I)*VS(I)
DETER=16.*VV2-VV1*VV1
C1ADR=(UUI*VV2-VV1*UUIV)/DETER
C1ADR=(UUR*VV2-VV1*UURV)/DETER
C2ADR=(16.*UUIV-VV1*UUI)/DETER
C2ADR=(16.*UURV-VV1*UUR)/DETER
WRITE(1,105)C1ADR,C2ADR
WRITE(1,106)C1AD1,C2AD1
ABSC=C1ADR-C2ADR*C1AD1/C2AD1
PEUTE=C2AD1/C2ADR
WRITE(1,107)ABSC,PEUTE
FORMAT('GLISSEMENT=',F4.2)
FORMAT('C1ADR=',E15.5,5X,'C2ADR=',E15.5)
FORMAT('C1AD1=',E15.5,5X,'C2AD1=',E15.5)
FORMAT(F4.2)
FORMAT('ABSCISSE=',F6.4,'PEUTE=',F5.3)
FORMAT(F10.3,F13.3,3(F10.3),F6.4,F17.4,F10.3)
FORMAT('BO=',F6.2, '//')
FORMAT(F5.3)
FORMAT('COEFFICIENTE='F15.3)
CALL EXIT
END

```



THE  
FOLLOWING  
TABLE  
GIVES  
A SUMMARY  
OF THE  
RESULTS  
OBTAINED  
IN THE  
EXPERIMENTS  
CONCERNING  
THE  
EFFECT  
OF  
TEMPERATURE  
ON  
THE  
RATE  
OF  
REACTION  
BETWEEN  
SODIUM  
HYDROXIDE  
AND  
SODIUM  
CARBONATE  
IN  
AQUEOUS  
SOLUTION  
AT  
DIFFERENT  
TEMPERATURES  
AND  
CONCENTRATIONS  
OF  
THE  
REACTANTS

TABLE I  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE II  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE III  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE IV  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE V  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE VI  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE VII  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE VIII  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE IX  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE X  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE XI  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE XII  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE XIII  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE XIV  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants

TABLE XV  
Rate of reaction between sodium hydroxide and sodium carbonate in aqueous solution at different temperatures and concentrations of the reactants



NO=1.20

| PROFONDEUR<br>L INDUCTION EST 30 | OU             | TENSION VS  | COURANT | COURANT<br>WATTE | COURANT<br>DEWATTE | PARTIE L'IMAGINAIRE<br>DE L ADMITTANCE | PARTIE REELLE<br>DE L ADMITTANCE | COUPLE |
|----------------------------------|----------------|-------------|---------|------------------|--------------------|----------------------------------------|----------------------------------|--------|
| 0.010                            |                | 159.591     | 0.998   | 0.511            | -0.857             | 0.3206E-02                             | 0.5373E-02                       | 1.559  |
| 0.020                            |                | 186.184     | 1.175   | 0.612            | -1.003             | 0.3290E-02                             | 0.5387E-02                       | 2.178  |
| 0.030                            |                | 213.996     | 1.374   | 0.735            | -1.161             | 0.3438E-02                             | 0.5426E-02                       | 3.007  |
| 0.040                            |                | 242.582     | 1.598   | 0.881            | -1.332             | 0.3635E-02                             | 0.5493E-02                       | 4.085  |
| 0.050                            |                | 271.680     | 1.846   | 1.051            | -1.518             | 0.3869E-02                             | 0.5588E-02                       | 5.435  |
| 0.060                            |                | 301.145     | 2.121   | 1.243            | -1.718             | 0.4120E-02                             | 0.5707E-02                       | 7.183  |
| 0.070                            |                | 330.909     | 2.423   | 1.458            | -1.934             | 0.4408E-02                             | 0.5846E-02                       | 9.220  |
| 0.080                            |                | 360.942     | 2.752   | 1.696            | -2.167             | 0.4701E-02                             | 0.6003E-02                       | 11.607 |
| 0.090                            |                | 391.238     | 3.100   | 1.957            | -2.416             | 0.5009E-02                             | 0.6175E-02                       | 14.694 |
| 0.100                            |                | 421.801     | 3.404   | 2.239            | -2.682             | 0.5310E-02                             | 0.6359E-02                       | 18.043 |
| 0.110                            |                | 452.637     | 3.697   | 2.540            | -2.965             | 0.5622E-02                             | 0.6552E-02                       | 21.993 |
| 0.120                            |                | 483.756     | 4.349   | 2.871            | -3.267             | 0.5936E-02                             | 0.6753E-02                       | 26.534 |
| 0.130                            |                | 515.163     | 4.820   | 3.221            | -3.586             | 0.6253E-02                             | 0.6901E-02                       | 31.695 |
| 0.140                            |                | 546.865     | 5.319   | 3.593            | -3.923             | 0.6570E-02                             | 0.7173E-02                       | 37.528 |
| 0.150                            |                | 578.865     | 5.848   | 3.987            | -4.278             | 0.6888E-02                             | 0.7390E-02                       | 44.081 |
| 0.160                            |                | 611.163     | 6.405   | 4.404            | -4.651             | 0.7205E-02                             | 0.7611E-02                       | 51.405 |
| 0.170                            |                | 643.761     | 6.992   | 4.843            | -5.043             | 0.7523E-02                             | 0.7834E-02                       | 59.548 |
| 0.180                            |                | 676.657     | 7.608   | 5.305            | -5.453             | 0.7840E-02                             | 0.8060E-02                       | 68.564 |
| 0.190                            |                | 709.848     | 8.254   | 5.790            | -5.882             | 0.8157E-02                             | 0.8287E-02                       | 78.504 |
| 0.200                            |                | 743.532     | 8.930   | 6.298            | -6.330             | 0.8473E-02                             | 0.8516E-02                       | 89.422 |
|                                  | CIADR=         | 0.37362E-02 |         |                  |                    |                                        |                                  |        |
|                                  | CIADI=         | 0.11572E-02 |         |                  |                    |                                        |                                  |        |
|                                  | ASSCISSE=      | 0.299E-02   |         |                  |                    |                                        |                                  |        |
|                                  | PENTE=         | 1.555       |         |                  |                    |                                        |                                  |        |
|                                  | NOT CONTROL CD |             |         |                  |                    |                                        |                                  |        |







// XEQ POLH2 FX  
 GLISSEMENT=0.40  
 CONDUCTIVITE= 0.263E 07  
 B0=1.20

| PROFONDEUR OU<br>L INDUCTION EST B0 | TENSION VS      | COURANT     | COURANT<br>WATTE | COURANT<br>DEWATTE | PARTIE IMAGINAIRE<br>DE L ADMITTANCE | PARTIE REELLE<br>DE L ADMITTANCE | COUPLE  |
|-------------------------------------|-----------------|-------------|------------------|--------------------|--------------------------------------|----------------------------------|---------|
| 0.010                               | 120.512         | 0.977       | 0.550            | -0.807             | 0.4570E-02                           | 0.6701E-02                       | 1.267   |
| 0.020                               | 147.901         | 1.227       | 0.712            | -0.999             | 0.4820E-02                           | 0.6758E-02                       | 2.013   |
| 0.030                               | 176.489         | 1.525       | 0.920            | -1.216             | 0.5217E-02                           | 0.6894E-02                       | 3.103   |
| 0.040                               | 205.748         | 1.875       | 1.175            | -1.461             | 0.5710E-02                           | 0.7105E-02                       | 4.617   |
| 0.050                               | 235.456         | 2.279       | 1.474            | -1.737             | 0.6264E-02                           | 0.7378E-02                       | 6.612   |
| 0.060                               | 265.540         | 2.737       | 1.820            | -2.045             | 0.6854E-02                           | 0.7701E-02                       | 9.230   |
| 0.070                               | 295.992         | 3.252       | 2.210            | -2.386             | 0.7466E-02                           | 0.8061E-02                       | 12.493  |
| 0.080                               | 326.825         | 3.823       | 2.644            | -2.761             | 0.8091E-02                           | 0.8448E-02                       | 16.507  |
| 0.090                               | 358.052         | 4.451       | 3.123            | -3.171             | 0.8723E-02                           | 0.8857E-02                       | 21.350  |
| 0.100                               | 389.686         | 5.136       | 3.646            | -3.617             | 0.9358E-02                           | 0.9282E-02                       | 27.142  |
| 0.110                               | 421.733         | 5.879       | 4.215            | -4.098             | 0.9994E-02                           | 0.9718E-02                       | 35.951  |
| 0.120                               | 454.194         | 6.680       | 4.828            | -4.616             | 0.1063E-01                           | 0.1016E-01                       | 41.825  |
| 0.130                               | 487.065         | 7.539       | 5.487            | -5.170             | 0.1126E-01                           | 0.1061E-01                       | 51.046  |
| 0.140                               | 520.343         | 8.457       | 6.192            | -5.760             | 0.1190E-01                           | 0.1107E-01                       | 61.538  |
| 0.150                               | 554.018         | 9.435       | 6.943            | -6.388             | 0.1253E-01                           | 0.1153E-01                       | 73.471  |
| 0.160                               | 588.083         | 10.472      | 7.742            | -7.052             | 0.1316E-01                           | 0.1199E-01                       | 86.956  |
| 0.170                               | 622.527         | 11.570      | 8.587            | -7.754             | 0.1379E-01                           | 0.1245E-01                       | 102.105 |
| 0.180                               | 657.341         | 12.730      | 9.481            | -8.494             | 0.1442E-01                           | 0.1292E-01                       | 119.037 |
| 0.190                               | 692.515         | 13.950      | 10.424           | -9.271             | 0.1505E-01                           | 0.1338E-01                       | 137.870 |
| 0.200                               | 728.040         | 15.233      | 11.415           | -10.087            | 0.1567E-01                           | 0.1385E-01                       | 158.727 |
| 0.41218E-02                         | C2ADR=          | 0.13358E-04 |                  |                    |                                      |                                  |         |
| 0.18353E-02                         | C1ADI=          | 0.19195E-04 |                  |                    |                                      |                                  |         |
| 0.284E-02                           | ABSCISSE=       |             |                  |                    |                                      |                                  |         |
| PENTE=1.436                         |                 |             |                  |                    |                                      |                                  |         |
| CD                                  | #03 NOT CONTROL |             |                  |                    |                                      |                                  |         |



//REQ POLH2 EX

GLISSEMENT=0.50

CONDUCTIVITE= 0.263E 07

50=1.20

| PROFONDEUR JOU        | TEMPERATURE | COURANT | COURANT     | COURANT | PARTIE MASQUEE | PARTIE REELLE  | COUPLE  |
|-----------------------|-------------|---------|-------------|---------|----------------|----------------|---------|
| L INTRODUCTION EST 00 | TEMPERATURE | COURANT | COURANT     | COURANT | DE L'ADAPTANCE | DE L'ADAPTANCE |         |
| 0.610                 | 110.602     | 0.981   | 0.567       | -0.800  | 0.5131E-02     | 0.7239E-02     | 1.138   |
| 0.920                 | 138.252     | 1.265   | 0.757       | -1.012  | 0.5481E-02     | 0.7326E-02     | 2.000   |
| 0.930                 | 167.071     | 1.609   | 1.005       | -1.237  | 0.8018E-02     | 0.7813E-02     | 3.236   |
| 0.040                 | 196.527     | 2.020   | 1.310       | -1.537  | 0.8070E-02     | 0.7823E-02     | 4.000   |
| 0.050                 | 226.435     | 2.493   | 1.673       | -1.856  | 0.7389E-02     | 0.8109E-02     | 7.235   |
| 0.060                 | 256.753     | 3.047   | 2.091       | -2.216  | 0.8146E-02     | 0.8639E-02     | 19.212  |
| 0.070                 | 287.490     | 3.666   | 2.565       | -2.619  | 0.8924E-02     | 0.9111E-02     | 14.087  |
| 0.080                 | 318.665     | 4.356   | 3.095       | -3.065  | 0.9713E-02     | 0.9619E-02     | 18.888  |
| 0.090                 | 350.292     | 5.117   | 3.689       | -3.555  | 0.1050E-01     | 0.1013E-01     | 24.619  |
| 0.100                 | 382.379     | 5.950   | 4.322       | -4.000  | 0.1130E-01     | 0.1069E-01     | 31.583  |
| 0.110                 | 414.926     | 6.856   | 5.019       | -4.670  | 0.1209E-01     | 0.1125E-01     | 39.789  |
| 0.120                 | 447.930     | 7.835   | 5.774       | -5.295  | 0.1287E-01     | 0.1182E-01     | 49.492  |
| 0.130                 | 481.381     | 8.887   | 6.587       | -5.966  | 0.1368E-01     | 0.1230E-01     | 60.502  |
| 0.140                 | 515.269     | 10.014  | 7.458       | -6.683  | 0.1447E-01     | 0.1297E-01     | 73.377  |
| 0.150                 | 549.583     | 11.216  | 8.388       | -7.446  | 0.1526E-01     | 0.1354E-01     | 88.077  |
| 0.160                 | 584.319     | 12.495  | 9.376       | -8.256  | 0.1605E-01     | 0.1413E-01     | 105.677 |
| 0.170                 | 619.438     | 13.850  | 10.428      | -9.114  | 0.1683E-01     | 0.1471E-01     | 123.375 |
| 0.180                 | 654.954     | 15.282  | 11.549      | -10.018 | 0.1762E-01     | 0.1529E-01     | 144.385 |
| 0.190                 | 690.846     | 16.793  | 12.714      | -10.971 | 0.1840E-01     | 0.1588E-01     | 167.756 |
| 0.200                 | 727.103     | 18.383  | 13.950      | -11.972 | 0.1918E-01     | 0.1646E-01     | 193.719 |
| C1ADR=                | C2ADR=      |         | 0.16731E-04 |         |                |                |         |
| C1ADI=                | C2ADI=      |         | 0.23609E-04 |         |                |                |         |
| ABSCISSE=             |             |         |             |         |                |                |         |
| H03 NOT CONTROL CD    |             |         |             |         |                |                |         |



```
// XEQ POLM2 FX
GLISSEMENT=0.60
CONDUCTIVITE= 0.263E 07
SG=1.20
```

| PROFONDEUR OU<br>"PRODUCTION" EST EN | TEUSION VS  | COURANT     | COURANT<br>D'ATTE | COURANT<br>EFFATIF | PARTIE IMAGINAIRE<br>DE L'IMPEDANCE | PARTIE REELLE<br>DE L'IMPEDANCE | COEFFE  |
|--------------------------------------|-------------|-------------|-------------------|--------------------|-------------------------------------|---------------------------------|---------|
| 0.010                                | 193.307     | 0.988       | 0.513             | -0.736             | 0.5645E-02                          | 0.7226E-02                      | 1.110   |
| 0.020                                | 131.170     | 1.304       | 0.800             | -1.029             | 0.0107E-01                          | 0.7703E-02                      | 1.338   |
| 0.030                                | 160.167     | 1.004       | 1.187             | -1.309             | 0.0787E-02                          | 0.8511E-02                      | 1.528   |
| 0.040                                | 189.782     | 2.165       | 1.442             | -1.615             | 0.0766E-02                          | 0.8103E-02                      | 1.634   |
| 0.050                                | 219.865     | 2.718       | 1.805             | -1.977             | 0.0888E-02                          | 0.8103E-02                      | 1.734   |
| 0.060                                | 250.399     | 3.356       | 2.356             | -2.389             | 0.0940E-02                          | 0.9544E-02                      | 11.268  |
| 0.070                                | 281.402     | 4.078       | 2.913             | -2.853             | 0.1055E-01                          | 0.1014E-01                      | 15.037  |
| 0.080                                | 312.035     | 0.885       | 3.537             | -3.579             | 0.1150E-01                          | 0.1077E-01                      | 11.117  |
| 0.090                                | 344.680     | 5.779       | 4.227             | -3.946             | 0.1225E-01                          | 0.1142E-01                      | 17.800  |
| 0.100                                | 377.380     | 2.759       | 4.086             | -4.513             | 0.1301E-01                          | 0.1203E-01                      | 35.005  |
| 0.110                                | 410.382     | 7.827       | 5.813             | -5.241             | 0.1416E-01                          | 0.1277E-01                      | 45.564  |
| 0.120                                | 443.806     | 8.984       | 6.709             | -5.974             | 0.1511E-01                          | 0.1345E-01                      | 56.819  |
| 0.130                                | 477.826     | 10.229      | 7.676             | -6.762             | 0.1606E-01                          | 0.1415E-01                      | 70.059  |
| 0.140                                | 512.246     | 11.566      | 8.713             | -7.605             | 0.1701E-01                          | 0.1484E-01                      | 85.215  |
| 0.150                                | 547.112     | 12.993      | 9.623             | -8.505             | 0.1795E-01                          | 0.1554E-01                      | 102.612 |
| 0.160                                | 582.409     | 14.513      | 11.095            | -9.461             | 0.1889E-01                          | 0.1624E-01                      | 122.417 |
| 0.170                                | 618.122     | 16.127      | 12.341            | -10.475            | 0.1983E-01                          | 0.1694E-01                      | 144.735 |
| 0.180                                | 654.236     | 17.655      | 13.593            | -11.540            | 0.1977E-01                          | 0.1764E-01                      | 169.844 |
| 0.190                                | 696.740     | 19.630      | 14.909            | -12.675            | 0.2171E-01                          | 0.1835E-01                      | 137.877 |
| 0.200                                | 727.620     | 21.537      | 16.102            | -13.363            | 0.2255E-01                          | 0.1905E-01                      | 220.051 |
| C1APR= 0.45481E-02                   | C2APR=      | 0.26626E-04 |                   |                    |                                     |                                 |         |
| C1ADI= 0.25777E-02                   | C2ADI=      | 0.27910E-04 |                   |                    |                                     |                                 |         |
| ADSCISSE= 0.263E-02                  | TEUTE=1.393 |             |                   |                    |                                     |                                 |         |
| 103 NOT CONTROL CD                   |             |             |                   |                    |                                     |                                 |         |







// XEQ PD002 FX  
 GLISSEMENT=0.80  
 CONDUCTIVITE= 0.263E 07  
 CO=1.20

| PROFONDEUR OU<br>L INDUCTIION EST 80 | TENSION VS | COURANT    | COURANT<br>WATTE | COURANT<br>DEVIATTE | PARTIE IMAGINAIRE<br>DE L ADMITTANCE | PARTIE REELLE<br>DE L ADMITTANCE | COUPLE     |
|--------------------------------------|------------|------------|------------------|---------------------|--------------------------------------|----------------------------------|------------|
| 0.010                                | 93.105     | 1.007      | 0.612            | -0.800              | 0.6577E-02                           | 0.8596E-02                       | 1.000      |
| 0.020                                | 121.296    | 1.385      | 0.881            | -1.008              | 0.7269E-02                           | 0.8006E-02                       | 2.000      |
| 0.040                                | 150.561    | 1.864      | 1.243            | -1.389              | 0.8258E-02                           | 0.0231E-02                       | 3.000      |
| 0.050                                | 180.435    | 2.453      | 1.696            | -1.772              | 0.0401E-02                           | 0.9615E-02                       | 5.000      |
| 0.060                                | 210.828    | 3.153      | 2.239            | -2.220              | 0.1062E-01                           | 0.1053E-01                       | 9.000      |
| 0.070                                | 241.757    | 3.966      | 2.870            | -2.737              | 0.1187E-01                           | 0.1132E-01                       | 13.000     |
| 0.080                                | 273.248    | 4.893      | 3.591            | -3.323              | 0.1314E-01                           | 0.1216E-01                       | 18.000     |
| 0.090                                | 305.317    | 5.934      | 4.401            | -3.980              | 0.1443E-01                           | 0.1303E-01                       | 25.000     |
| 0.100                                | 337.964    | 7.091      | 5.302            | -4.708              | 0.1588E-01                           | 0.1393E-01                       | 34.000     |
| 0.110                                | 371.180    | 8.365      | 6.244            | -5.509              | 0.1735E-01                           | 0.1026E-01                       | 44.000     |
| 0.120                                | 404.951    | 9.757      | 7.379            | -6.384              | 0.1883E-01                           | 0.1076E-01                       | 57.000     |
| 0.130                                | 439.255    | 11.269     | 8.558            | -7.332              | 0.1000E-01                           | 0.1663E-01                       | 71.000     |
| 0.140                                | 474.075    | 12.993     | 9.833            | -8.354              | 0.2078E-01                           | 0.1702E-01                       | 89.000     |
| 0.150                                | 509.388    | 14.660     | 11.208           | -9.452              | 0.2100E-01                           | 0.1855E-01                       | 109.000    |
| 0.160                                | 545.178    | 16.541     | 12.677           | -10.625             | 0.2708E-01                           | 0.1900E-01                       | 131.000    |
| 0.170                                | 581.419    | 18.549     | 14.248           | -11.876             | 0.2800E-01                           | 0.2013E-01                       | 153.000    |
| 0.180                                | 618.160    | 20.683     | 15.926           | -13.264             | 0.2575E-01                           | 0.2136E-01                       | 187.940    |
| 0.190                                | 655.203    | 22.947     | 17.695           | -14.610             | 0.2700E-01                           | 0.2209E-01                       | 221.428    |
| 0.200                                | 692.713    | 25.341     | 19.573           | -16.000             | 0.2800E-01                           | 0.2300E-01                       | 258.000    |
| 0.220                                | 730.615    | 27.867     | 21.546           | -17.000             | 0.2800E-01                           | 0.2417E-01                       | 300.731    |
| 0.50077                              | 0.2642E-01 | 0.2642E-01 | 0.2642E-01       | 0.2642E-01          | 0.2642E-01                           | 0.2642E-01                       | 0.2642E-01 |
| 0.53376E-02                          | 0.2601E-01 | 0.2601E-01 | 0.2601E-01       | 0.2601E-01          | 0.2601E-01                           | 0.2601E-01                       | 0.2601E-01 |
| 0.257E-01                            | 0.257E-01  | 0.257E-01  | 0.257E-01        | 0.257E-01           | 0.257E-01                            | 0.257E-01                        | 0.257E-01  |
| 0.257E-01                            | 0.257E-01  | 0.257E-01  | 0.257E-01        | 0.257E-01           | 0.257E-01                            | 0.257E-01                        | 0.257E-01  |

C1A01= 0.50077  
 C1A01= 0.53376E-02  
 A36016SE= 0.257E-01  
 0.257E-01 CONTROL PD







```
// J03
// REQ POLR2 FX
GLISSEMENT=1.03
CONDUCTIVITE= 0.263E 07
BO=1.20
```

| PROFONDEUR OU<br>L INDUCTION EST 30 | TENSION VS  | COURANT     | COURANT<br>WATTE | COURANT<br>DEWATTE | PARTIE IMAGINAIRE<br>DE L ADMITTANCE | PARTIE REELLE<br>DE L ADMITTANCE | COUPLE  |
|-------------------------------------|-------------|-------------|------------------|--------------------|--------------------------------------|----------------------------------|---------|
| 0.010                               | 86.175      | 1.029       | 0.839            | -0.867             | 0.7419E-02                           | 0.9368E-02                       | 1.052   |
| 0.020                               | 114.612     | 1.466       | 0.958            | -1.163             | 0.8365E-02                           | 0.9689E-02                       | 2.093   |
| 0.030                               | 144.077     | 2.033       | 1.393            | -1.481             | 0.9671E-02                           | 0.1628E-01                       | 3.034   |
| 0.040                               | 174.166     | 2.738       | 1.941            | -1.931             | 0.1114E-01                           | 0.1108E-01                       | 6.457   |
| 0.050                               | 204.840     | 3.583       | 2.601            | -2.464             | 0.1269E-01                           | 0.1263E-01                       | 16.175  |
| 0.060                               | 236.131     | 4.569       | 3.371            | -3.084             | 0.1427E-01                           | 0.1368E-01                       | 15.205  |
| 0.070                               | 268.062     | 5.698       | 4.253            | -3.792             | 0.1586E-01                           | 0.1414E-01                       | 21.772  |
| 0.080                               | 300.680     | 6.972       | 5.243            | -4.533             | 0.1745E-01                           | 0.1526E-01                       | 30.130  |
| 0.090                               | 333.854     | 8.391       | 6.352            | -5.470             | 0.1904E-01                           | 0.1646E-01                       | 40.541  |
| 0.100                               | 367.684     | 9.950       | 7.503            | -6.454             | 0.2063E-01                           | 0.1755E-01                       | 53.251  |
| 0.110                               | 401.197     | 11.676      | 8.627            | -7.525             | 0.2220E-01                           | 0.1871E-01                       | 68.592  |
| 0.120                               | 437.096     | 13.546      | 10.391           | -8.633             | 0.2377E-01                           | 0.1983E-01                       | 86.751  |
| 0.130                               | 472.626     | 15.579      | 11.978           | -9.947             | 0.2534E-01                           | 0.2104E-01                       | 108.121 |
| 0.140                               | 508.673     | 17.751      | 13.688           | -11.391            | 0.2691E-01                           | 0.2221E-01                       | 132.983 |
| 0.150                               | 545.214     | 20.099      | 15.524           | -12.751            | 0.2847E-01                           | 0.2338E-01                       | 161.656 |
| 0.160                               | 582.228     | 22.529      | 17.488           | -14.296            | 0.3003E-01                           | 0.2455E-01                       | 194.467 |
| 0.170                               | 619.606     | 25.252      | 19.581           | -15.944            | 0.3159E-01                           | 0.2572E-01                       | 231.753 |
| 0.180                               | 657.000     | 28.076      | 21.693           | -17.699            | 0.3315E-01                           | 0.2690E-01                       | 273.850 |
| 0.190                               | 695.924     | 31.071      | 24.161           | -19.536            | 0.3471E-01                           | 0.2807E-01                       | 321.135 |
| 0.200                               | 734.953     | 34.233      | 26.651           | -21.484            | 0.3627E-01                           | 0.2924E-01                       | 373.944 |
| 0.54876E-02                         | C2ADR=      | 0.32634E-04 | 26.651           |                    |                                      |                                  |         |
| 0.41006E-02                         | C2ADI=      | 0.44368E-04 |                  |                    |                                      |                                  |         |
| 0.247E-02                           | PENTE=1.359 |             |                  |                    |                                      |                                  |         |

```
CLAOR= 0.54876E-02
CLAOI= 0.41006E-02
ABSCISSE= 0.247E-02
// J03
```



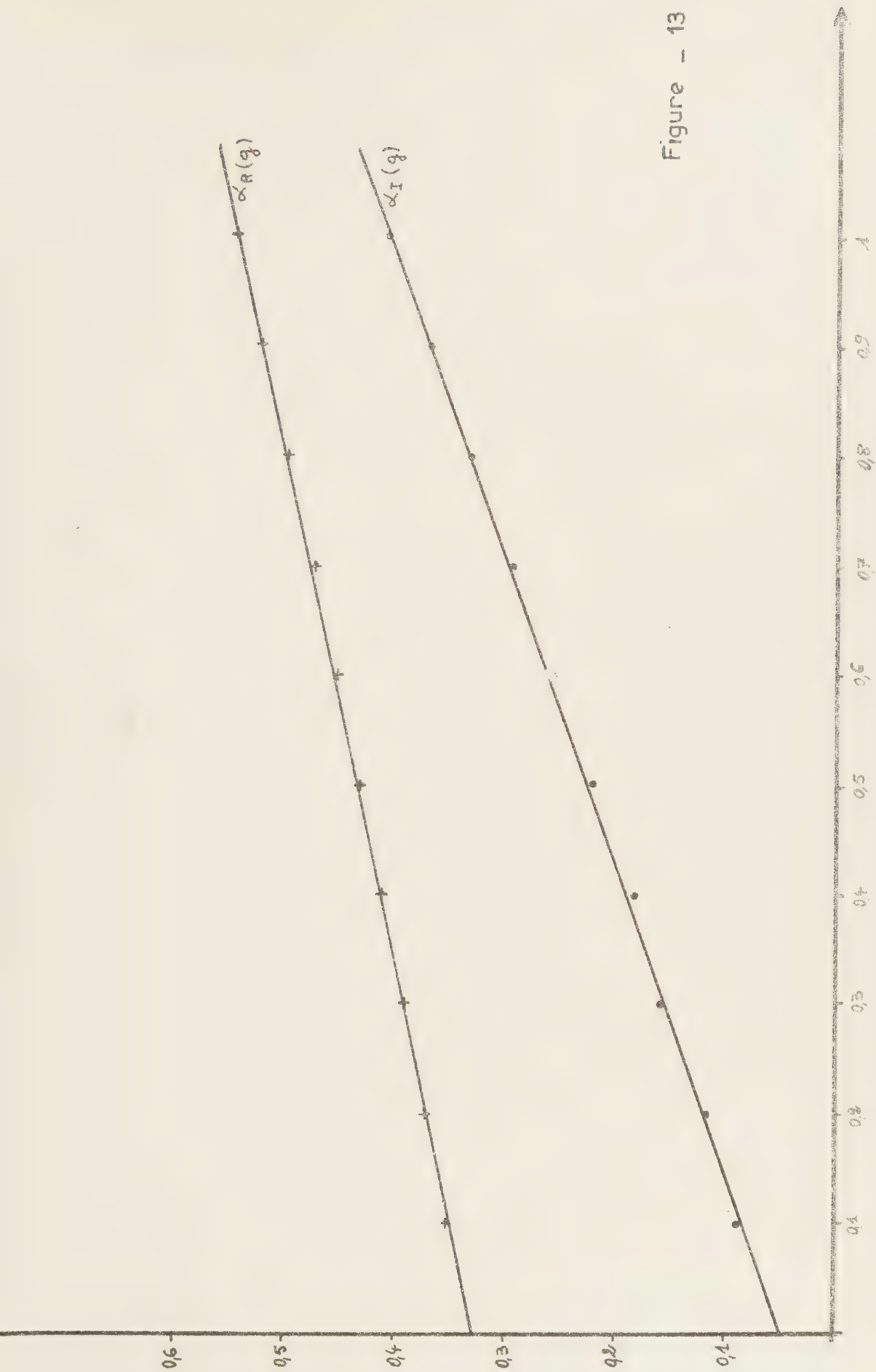


Figure - 13 -



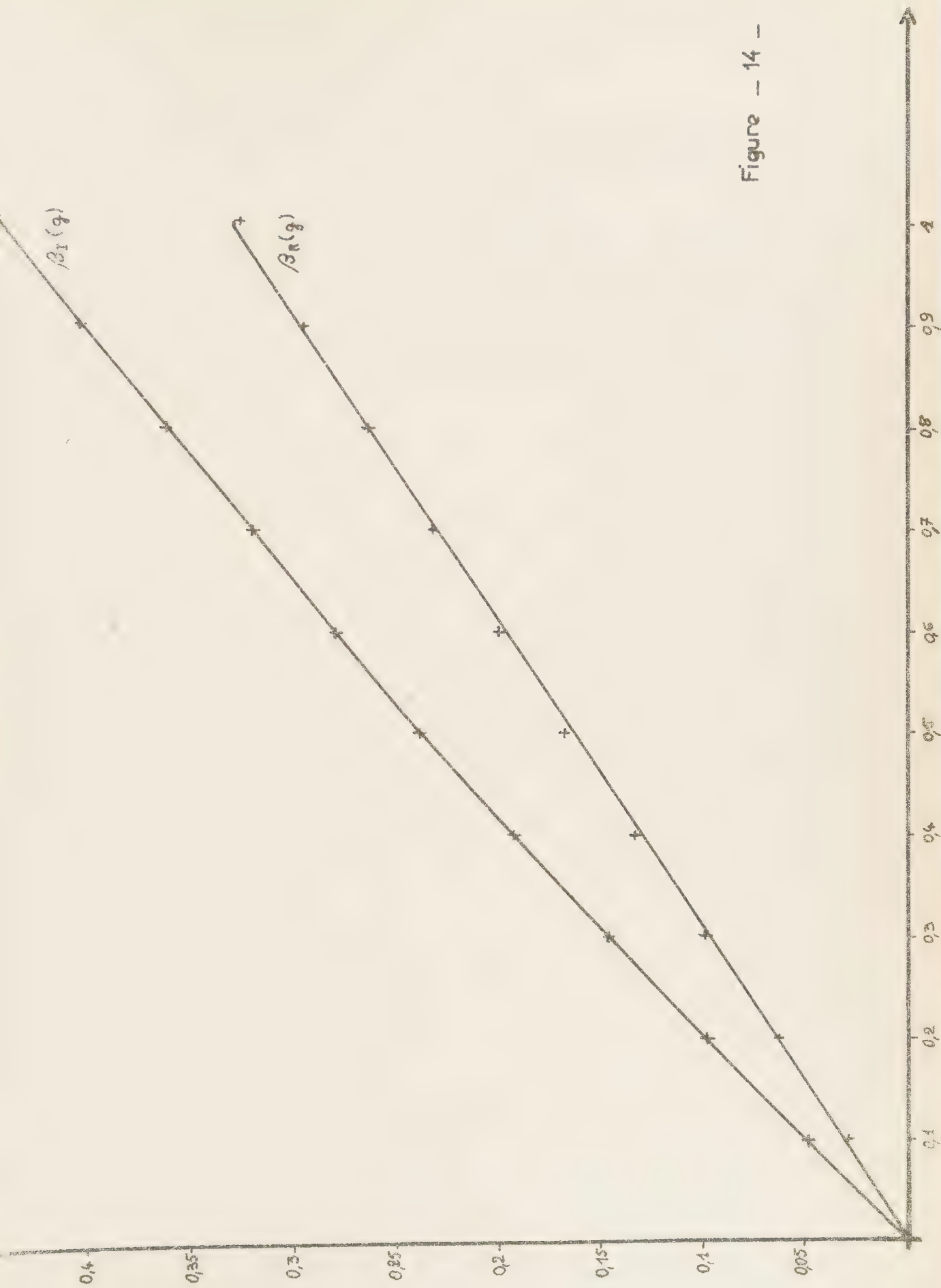


Figure -- 14 --



## CONCLUSION

Nous avons étudié, expérimentalement et numériquement, le fonctionnement asynchrone d'un cylindre massif dans un champ tournant.

Pour le calcul nous avons travaillé directement sur le potentiel vecteur, dont nous avons recherché la distribution dans toute la machine. A tout instant, les deux composantes du champ interviennent dans ce calcul et c'est dans le fait de tenir compte simultanément de ces deux composantes que nous avons apporté une contribution à l'étude des machines à rotor massif.

Nous avons montré dans la partie III, la validité de notre calcul sur un modèle concret, mais nous avons surtout indiqué dans la partie IV comment ce travail pourra trouver une prolongation immédiate :

Il est souhaitable de pouvoir, avec des moyens de calcul plus importants, faire varier dans des limites suffisantes, les divers paramètres de cette étude, et de la poursuivre jusqu'à la détermination complète d'une approximation analytique de l'admittance par unité de longueur ; les coefficients de l'approximation étant des fonctions de ces divers paramètres. Cette approximation analytique pourra ensuite être introduite dans le calcul de machines à rotor massifs de dimensions plus importantes.

\* \*

\*



## ANNEXE

### Calcul du coefficient de bobinage.

Le coefficient  $k_s/a$ , désigné par FDIS dans le programme est défini par :

$$I_s(\phi) = \frac{3}{2} \frac{k_s}{a} i \sin \phi$$

où  $I_s(\phi)$  est le premier harmonique de la densité superficielle de courant à la surface du stator, ceci par unité d'angle et  $i$  le courant dans une phase.

A un instant donné le courant de la phase 1 par exemple se répartit dans les encoches de la machine suivant la figure 16, que nous avons déduite du schéma de bobinage de la machine.

Dans certaines encoches le courant total est  $Nce i$  dans d'autres il est de  $2 Nce i$ . Ici  $Nce = 7$ .

Nous devons rechercher le premier harmonique de la densité superficielle pour la phase 1, qui est

$$I_{1s}(\phi) = \frac{k_s}{a} i \sin \phi,$$

Avec un choix convenable de l'origine des angles.

Soit une encoche, située à l'abscisse curviligne  $\alpha$  et d'épaisseur négligeable ; la contribution de cette encoche à la densité superficielle de courant est  $Nce i \delta(\alpha)$ , où  $\delta(\alpha)$  désigne la mesure de Dirac au point  $\alpha$ .

La contribution à  $I_{1s}(\phi)$  de cette encoche est :

$$I_{1s}(\phi, \alpha) = \sin \phi \times \frac{2}{\pi} \int_0^\pi Nce i \delta(\alpha) \sin \phi d\phi = \frac{2}{\pi} Nce i \sin \alpha \sin \phi$$

D'où pour le bobinage que nous considérons ici :

$$k_s/a = \frac{2Nce}{\pi} \left[ \sin\left(\frac{4\pi}{13,5}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{13,5}\right) + 2 \sin\left(\frac{6\pi}{13,5}\right) + 2 \sin\left(\frac{7\pi}{13,5}\right) + 2 \sin\left(\frac{8\pi}{13,5}\right) + \sin\left(\frac{9\pi}{13,5}\right) \right]$$



Le calcul de l'expression entre crochets nous conduit alors à  $k_s/a = 37,7$ .

#### Estimation de la réactance de fuite.

La résistance d'une phase statorique mesurée en courant continu est  $0,18 \Omega$

L'impédance homopolaire de la machine est mesurée à l'aide d'un ampèremètre, d'un voltmètre et d'un wattmètre : Pour une tension de  $14,7 \text{ V}$  on obtient un courant de  $10 \text{ A}$  avec un  $\cos \phi$  de  $0,32$ .

La réactance de fuite nous est alors fournie par le triple de la partie imaginaire de l'impédance homopolaire.

$$x_f = \frac{3V}{I} \sin \phi \approx 4,2 \Omega$$

#### Calcul du moment d'inertie.

Le rotor est constitué par un assemblage de cylindres coaxiaux et homogènes, de longueur  $L_i$  et de rayons  $R_i$  (Figure 15)

Le moment d'inertie est alors :

$$I = \frac{1}{2} M \frac{\sum L_i R_i^4}{\sum L_i R_i^2}$$

Ici  $M = 35,7 \text{ Kg}$  et en tenant compte d'autres parties tournantes (dynamo tachymétrique et accouplement) le moment d'inertie est  $I = 0,178 \text{ kg.m}^2$



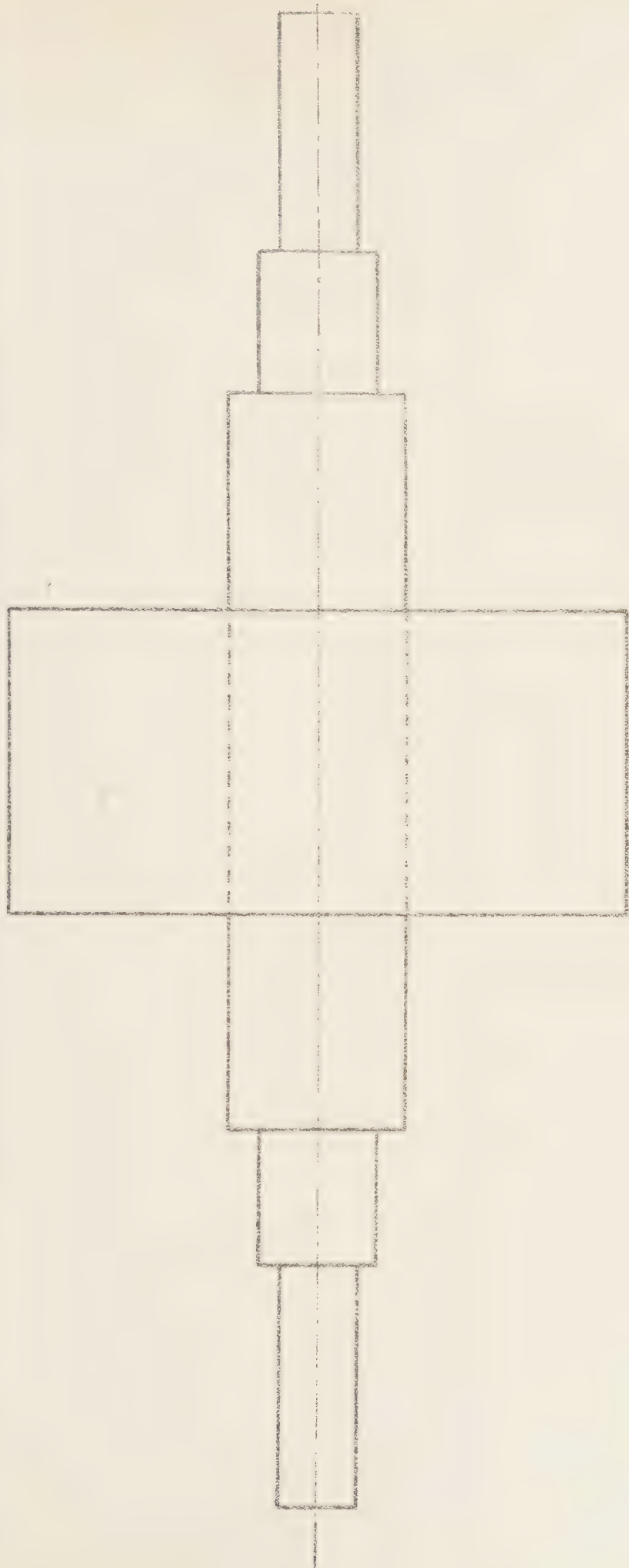
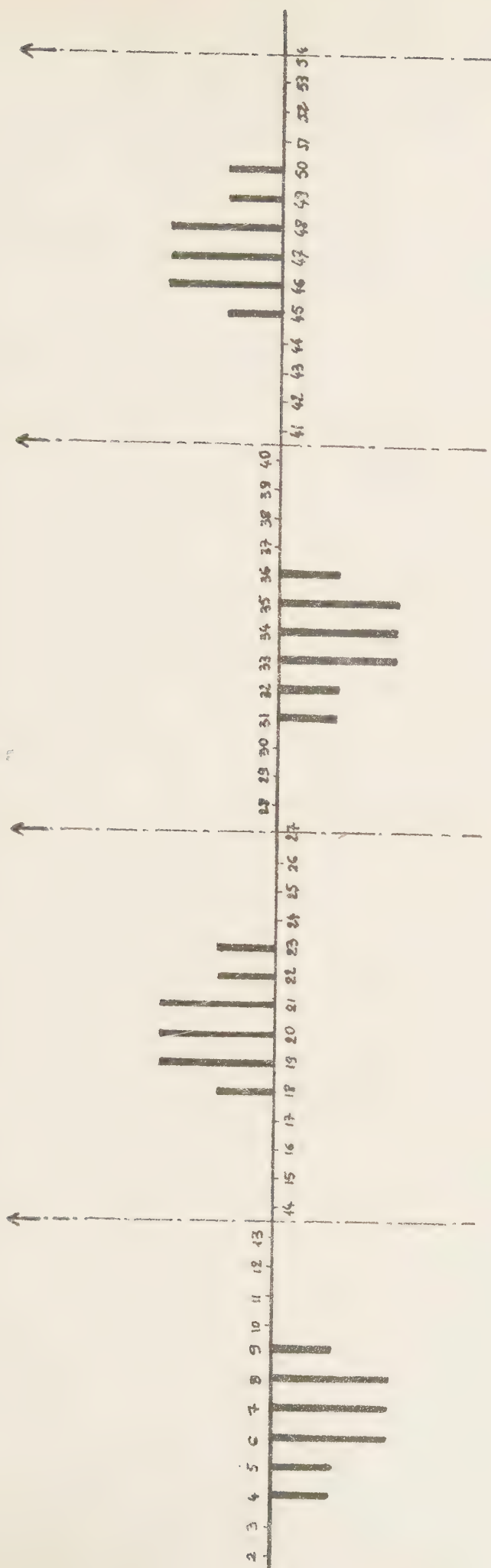


Figure - 15 -





Densité superficielle de courant a la surface  
du stator



## BIBLIOGRAPHIE

-----

- 1) WILDGER ET ADKINS : "Starting performance of synchronous motors, with solid salient poles" P.I.E.E. vol 115 n° 10 Octobre 1968.
  - 2) JUFER : "Dé-marrage asynchrone des machines synchrones à pôles saillants massifs" Thèse Lausane 1967.
  - 3) POHL : "Electromagnetic and mechanical effects in solid iron to an alternating or rotating Field " Journal of I.E.E.E Vol 31 1944 pp 239-248.
  - 4) LEGRAS : "Précis d'analyse numérique "Dunod.
  - 5) WOOD : "An analysis of solid rotor machines " Trans. A.I.E.E. (Février 1960).
  - 6) MAC LEAN : "Theory of strong electromagnetic waves in massive iron Journal of applied physics (Octobre 1954).
  - 7) GUDEFIN : "Cours d'Electrotechnique " (ENSEM)
  - 8) CARPENTIER ET RUELLE : "Analyse du fonctionnement asynchrone des machines à pôles saillants". Rapport Alsthom Oct. 1955.
  - 9) LOEB : "Identification des processus " (Dunod).
  - 10) LAPORTE : "Fonctionnement asynchrone des machines à pôles massifs" (D.E.A. Septembre 1968).
-



Vu, Approuvé

et Permis d'Imprimer

NANCY, 1<sup>e</sup> 30 SEPTEMBRE 1970.

Le Doyen,

J. AUBRY.





